# Izračun performansi jednomotornog zrakoplova s propelerskim pogonom

**Mandić, Domagoj**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

*Permanent link / Trajna poveznica:* https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:413384

*Rights / Prava:* In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-03-28**



*Repository / Repozitorij:*

Faculty of Transport and Traffic Sciences - Institutional Repository









**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**

**FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**

**Domagoj Mandić**

# IZRAČUN PERFORMANSI JEDNOMOTORNOG ZRAKOPLOVA S PROPELERSKIM POGONOM

**ZAVRŠNI RAD**

**Zagreb, 2017.**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**
**FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**
ODBOR ZA ZAVRŠNI RAD

Zagreb, 24. travnja 2017.

Zavod: **Zavod za aeronautiku**
Predmet: **Teorija leta II**

# ZAVRŠNI ZADATAK br. 4348

Pristupnik: **Domagoj Mandić (0171268024)**
Studij: Aeronautika
Smjer: Pilot
Usmjerenje: Vojni Pilot

Zadatak: **Izračun performansi jednomotornog zrakoplova s propelerskim pogonom**

Opis zadatka:

Navesti i objasniti karakteristike aviona (masa aviona, aerodinamičke karakteristike, pogonski sustav, konstruktivne karakteristike itd) koje utječu na performanse zrakoplova u različitim režimima leta. Navesti i objasniti vanjske čimbenike (visina leta, stanje atmosfere, vjetar, stanje uzletno-sletne staze itd) i njihov utjecaj na performanse zrakoplova.
Izračunati i grafički prikazati performanse jednomotornog zrakoplova zadanih karakteristika u očekivanom rasponu vrijednosti mase aviona i vanjskih čimbenika kao nezavisnih varijabli, u različitim režimima leta: horizontalnom letu, penjanju, spuštanju, uzlijetanju, slijetanju i zaokretima.
Izvesti zaključke.

Zadatak uručen pristupniku: 28. travnja 2017.

Mentor: Predsjednik povjerenstva za završni ispit:

_____ _____

mr.sc. Davor Franjković, v.pred.

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet prometnih znanosti

# ZAVRŠNI RAD

## Izračun performansi jednomotornog zrakoplova s propelerskim pogonom

## Performance Calculations for a Propeller-driven Single Engine Aircraft

Mentor: mr. sc. Davor Franjković

Student: Domagoj Mandić

JMBAG: 0171268024

**Zagreb, kolovoz 2017.**

## SAŽETAK

Performanse predstavljaju specifičnu skupinu mogućnosti i sposobnosti koju određeni zrakoplov posjeduje u rasponu različitih masa i brzina na određenim visinama. Gledano sa stajališta fazi leta, specijalnim performansama se smatraju faze polijetanja, slijetanja i zaokreta zrakoplova. Kroz cjelokupni rad analizirani su osnovni elementi izračuna u pogledu fizikalnih zakona za različite faze leta (horizontalni let, penjanje, spuštanje, polijetanje, slijetanje i zaokreti), a nakon svakog režima leta, kao zasebnog poglavlja. Također, prikazani su proračunati parametri za specifične mase i visine, unutar raspona masa, zrakoplova Beechcraft Bonanza. Prikaz proračunatih parametara, ovisno o fazi leta, prikazani su kroz nekoliko grafikona i tablica. Kroz analiziranu materiju, spominju se i bitni vanjski čimbenici koji pridonose cjelokupnom izračunu performansi, kao i karakteristike zrakoplova poput mase, pogonske grupe, konstruktivnih te aerodinamičkih karakteristika.



Ključne riječi: performanse zrakoplova; značajne karakteristike; elementi izračuna; režimi leta



## SUMMARY

Performance represent the specific group of capabilities and abilities which some aircraft possess in different span of masses and velocities values at certain altitudes. Viewed from the standpoint of the flight phases: take off, landing and an airplane turn are considered as the special performance. Throughout work, the calculations regarding physical laws for the different flight phases (level flight, climbing, descending, take off, landing and turns), are analyzed as the separate chapter. The calculated parameters of Beechcraft Bonanza, for the different span of masses and altitudes within defined range are shown as well. The calculated parameters review, depending on flight phases, are shown through several charts and tables. Throughout analyzed matter, major external factors are mentioned, which contribute overall performance calculation as well as an aircraft characteristics like mass, powerplant, construction and aerodynamics.



Key Word: aircraft performance; significant features; calculation elements; flight phases

# SADRŽAJ

1. Uvod ..... 1
2. Performanse zrakoplova ..... 2
3. Karakteristike značajne za izračun performansi zrakoplova ..... 5
3.1. Karakteristike zrakoplova ..... 5
3.1.1. Masa zrakoplova ..... 5
3.1.2. Osnovne aerodinamičke karakteristike ..... 6
3.1.3. Pogonska skupina ..... 7
3.1.4. Konstruktivne karakteristike ..... 9
3.2. Vanjski čimbenici ..... 11
3.2.1. Utjecaj visine leta ..... 11
3.2.2. Stanje atmosfere ..... 12
3.2.3. Utjecaj vjetra ..... 13
3.2.4. Stanje uzletno-sletne staze ..... 14
4. Izračun performansi zrakoplova u horizontalnom letu ..... 15
4.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u horizontalnom letu ..... 15
4.2. Grafički i tablični prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza ..... 23
5. Izračun performansi zrakoplova u penjanju ..... 30
5.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u penjanju ..... 30
5.2. Grafički i tablični prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza ..... 35
6. Izračun performansi zrakoplova u spuštanju ..... 37
6.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u spuštanju ..... 37
6.2. Prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza ..... 39
7. Izračun performansi zrakoplova u polijetanju ..... 42
7.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u polijetanju ..... 42
7.2. Prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza ..... 46
8. Izračun performansi zrakoplova u slijetanju ..... 48
8.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u slijetanju ..... 48
8.2. Prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza ..... 50
9. Izračun performansi zrakoplova u zaokretu ..... 51
9.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u zaokretu ..... 51
9.2. Prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza ..... 54

10. Zaključak ..... 56
Literatura ..... 57
Popis slika ..... 58
Popis tablica ..... 59
Popis grafikona ..... 60

# 1. Uvod

Od ranih početaka razvoja zrakoplovstva težilo se poboljšanju performansi zrakoplova: povećanje doleta i istrajnosti, letenje na većim visinama, pri većim brzinama i ostalim parametrima glede sposobnosti određenog zrakoplova. Pri konstruiranju samog zrakoplova vrše se proračuni i eksperimenti u svrhu ostvarivanja što boljih perfomansi zrakoplova. Međutim, ovisno o namjeni zrakoplova postoje različite konstruktivne izvedbe zrakoplova, a prema tome i različite vrijednosti bitnih parametara performansi. U komercijalnom zrakoplovstvu, svrha poboljšanja performansi je u pogledu letenja dovoljno velikom brzinom, prijeći što veću udaljenost i uz to prevesti što više putnika, ali uz što manju potrošnju goriva odnosno da let u konačnici bude ekonomičan. S druge strane, gledajući borbenu komponentu zrakoplovstva, svrha performansi je letenje što većom brzinom uz velike mogućnosti manevriranja i opremljenosti naoružanjem, kako bi zrakoplov mogao borbeno djelovati i po završetku zadaće napustiti borbeno područje. Kroz analizu performansi zrakoplova, cilj je prikazati fizikalne zavisnosti određenih faza leta i u konačnici, na primjeru zrakoplova Beechcraft Bonanza V Tail, prikazati vrijednosti dobivenih proračuna. Uz analiziranje performansi, spominju se i opće karakteristike zrakoplova kao i vanjski utjecaji koji izravno utječu na performanse zrakoplova. Rad je podijeljen u 10 cjelina:

1. Uvod
2. Performanse zrakoplova
3. Karakteristike značajne za izračun performansi zrakoplova
4. Izračun performansi zrakoplova u horizontalnom letu
5. Izračun performansi zrakoplova u penjanju
6. Izračun performansi zrakoplova u spuštanju
7. Izračun performansi zrakoplova u polijetanju
8. Izračun performansi zrakoplova u slijetanju
9. Izračun performansi zrakoplova u zaokretu
10. Zaključak

Prilikom analiziranja, korištene su i aproksimacije pojedinih fizikalnih zavisnosti zbog kompleksnosti materije i jednostavnosti izvedbe proračuna, a koji generalno zanemarivo odstupaju od stvarnih vrijednosti dobivenih kompleksnijim matematičkim postupcima. Drugo i treće poglavlje obuhvaćaju opća saznanja iz performansi zrakoplova i utjecajne vanjske karakteristike, kao i neke konstruktivne, u pogledu proračuna performansi. U poglavljima vezanim za izračun performansi definirani su elementi izračuna za specifičan režim leta i prikazane vrijednosti dobivenih rezultata na zrakoplovu Beechcraft Bonanza V Tail.

# 2. Performanse zrakoplova

Performanse podrazumijevaju određene sposobnosti promatranog zrakoplova u specifičnom režimu odnosno fazi leta: polijetanje, penjanje, horizontalan let, zaokreti, spuštanje i u konačnici slijetanje. U matematičkom, odnosno fizikalnom pogledu temelj proračuna performansi je drugi Newtonov zakon gibanja koji tvrdi ako na tijelo mase *m* djeluje sila *F*, ona mu daje ubrzanje *a*, drugim riječima; promjena količine gibanja razmjerna je djelovanju sile te se odvija u smjeru prisutne sile. Prema osnovama aerodinamike, na zrakoplov tijekom leta djeluju četiri osnovne sile: sila uzgona, otpora, potisna sila i sila gravitacije. U specifičnim fazama leta, pojavljuju se i različita opterećenja na avionu kao posljedica aktivnih sila. Uz spomenuti temeljni zakon gibanja, snaga kao fizikalna veličina je neizostavan parametar u proračunu performansi aviona. Prilikom razmatranja problematike, avion se smatra krutim tijelom na koji djeluju četiri osnovne sile te se, shodno tome, analizira ponašanje aviona u specifičnim fazama leta.

Aerodinamički parametri koji su krucijalni u izračunu performansi aviona predstavljeni su ukupnim koeficijentom otpora aviona – polarom zrakoplova. Ukupni koeficijent otpora definiran je sljedećom formulom (1):

$$C_D = C_{D,0} + C_L^2/\pi eAR \quad (1)$$

- $C_D$ – ukupni otpor zrakoplova,
- $C_{D,0}$ – otpor pri nultom uzgonu – parazitni otpor - ovisi o aerodinamičkim karakteristikama samog zrakoplova ,
- $C_L$ – ukupni koeficijent uzgona zrakoplova,
- $\pi$ – Ludolfov broj (3,14),
- e – Oswaldov koeficijent – pokazatelj aerodinamičke uspješnosti,
- $AR$ – aspektni odnos krila (vitkost krila); predstavlja omjer kvadrata raspona krila i površine krila.

Dakle, ukupni otpor odnosno koeficijent pojedinog zrakoplova predstavlja zbroj ukupnog (parazitnog) otpora pri nultom uzgonu ($C_{D0}$) i induciranog otpora ($C_L^2/\pi eAR$). Prilikom određivanja doprinosa svih otpora, uzimaju se u obzir svi konstrukcijski dijelovi zrakoplova koji pridonose ukupnom otporu. Navedeni parametar za otpor pri nultom uzgonu se uzima kao konstanta za određeni zrakoplov, međutim postoji razlika kada se promatra aerodinamika nadzvučnih zrakoplova gdje se još uzima u obzir i valni otpor.

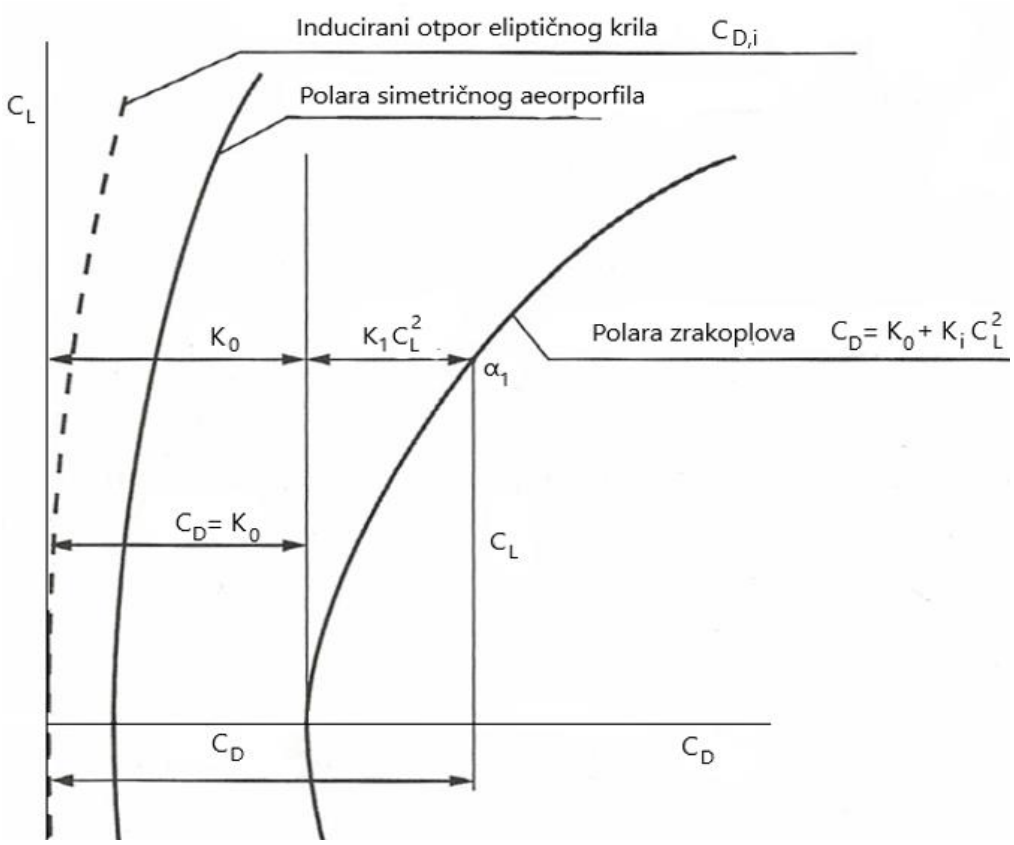
Polara zrakoplova je krivulja koja se određuje grafički na temelju koeficijenata uzgona i otpora. Krivulja je približno simetrična u odnosu na os $C_D$. Minimalna vrijednost koeficijenta otpora je $C_{D0}$ za $C_L$ = 0. Ukupni koeficijent otpora zrakoplova jednak je zbroju koeficijenata otpora kod nultog uzgona i zbroju koeficijenata otpora uslijed uzgona. Prvi član je ovisan o geometrijskim parametrima, Reynoldsovu i Machovu broju. U svrhu približne analize smatra se da je taj član konstantan i ima vrijednost $K_0$. Drugi član predstavlja utjecaj uzgona i ovisi o

kvadratu koeficijenta uzgona. Obuhvaća inducirani otpor i komponentu površinskih sila od stvaranja uzgona u pravcu slobodne brzine. Koeficijent proporcionalnosti ovog člana označava se s $K_1$, tako da se jednadžba (1) može pisati kao:

$$C_D = K_0 + K_1 C_L^2 \tag{2}$$

- $K_0$ – koeficijent konstantne vrijednost za otpor kod nultog uzgona,
- $K_1$ – koeficijent proporcionalnosti ovisan o kvadratu koeficijenta uzgona (inducirani otpor). [2]

Na slici 1. prikazan je izgled polare za zrakoplov i za simetrične aeroprofile, te ovisnost induciranog otpora kod eliptičnog krila. Za eliptična krila vrijednost Oswaldovog koeficijenta iznosi 1.




**Slika 1**. Grafički prikaz polare zrakoplova, simetričnog aeroprofila i $C_{D,i}$ eliptičnog krila [2]

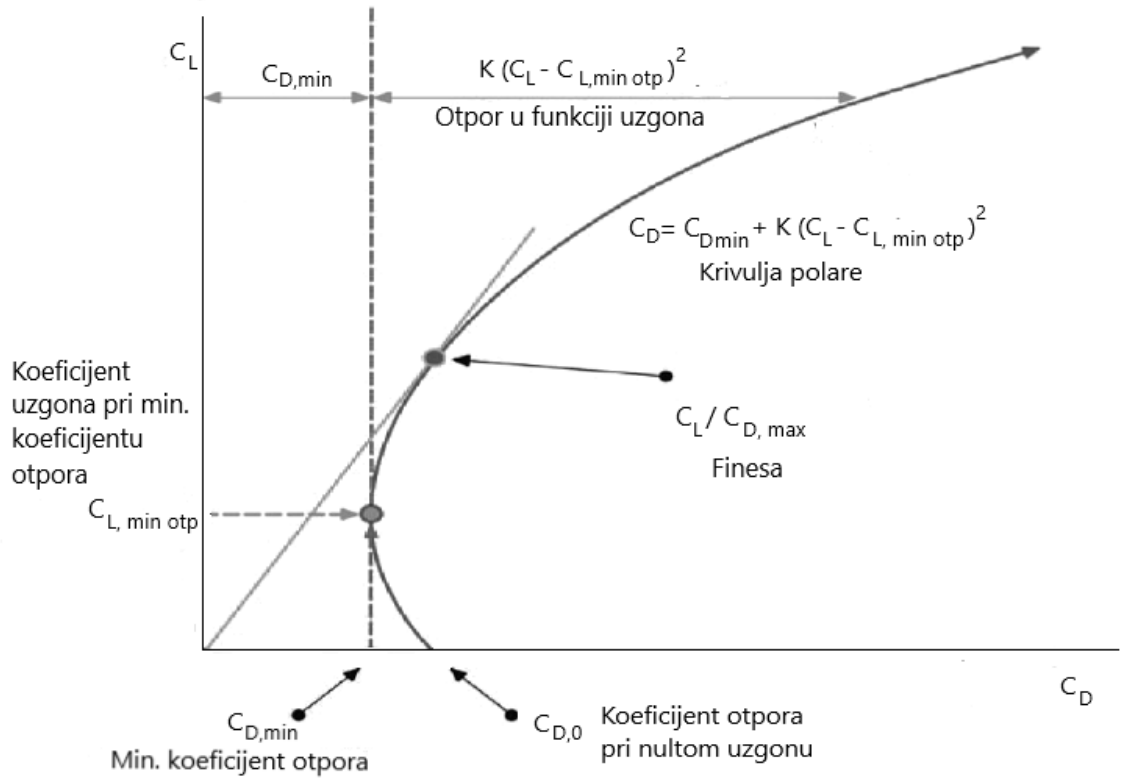
Zrakoplovi u pravilu koriste zakrivljene aeorprofile koji minimalnu vrijednost koeficijenta otpora aeroprofila imaju kod nekog napadnog kuta. To rezultira pojavom ne samo kvadratnog člana po koeficijentu uzgona, nego i linearnog. Jednadžba (2) sada se može aproksimirati u obliku sljedeće formule:

$$C_D = C_{D,min} + K(C_L - C_{L,\min otp})^2 \tag{3}$$

- *K* – koeficijent proporcionalnosti,

- $C_{D,min}$ – minimalna vrijednost koeficijenta otpora,
- $C_{L,\min otp}$ – koeficijent uzgona u točki gdje je koeficijent otpora minimalan.

Grafički izgled polare zrakoplova s krilom izrađenim od zakrivljenog aeroprofila prikazan je na slici 2. Na grafikonu su prikazane specifične vrijednosti koeficijenata uzgona otpora.




**Slika 2.** Grafički prikaz polare zrakoplova s krilom izrađenim od zakrivljenog aeroprofila

Uz grafičko prikazivanje polare zrakoplova, postoji i tablična metoda prikazivanja vrijednosti napadnog kuta, koeficijenta uzgona i koeficijenta otpora. Također, s grafičkog prikaza moguće je odrediti vrijednost finese zrakoplova - omjer koji prikazuje koliko je puta sila (koeficijent) uzgona veći od sile (koeficijenta) otpora za neki specifični napadni kut, na način da se krivulja tangira iz ishodišta. Ostali bitni parametri u izračunu performansi bit će analizirani kroz određeni režim leta.

# 3. Karakteristike značajne za izračun performansi zrakoplova

Izračun performansi zrakoplova temelji se na karakteristikama vanjskh čimbenika (stanje atmosfere) ili karakteristika samog zrakoplova (masa, aerodinamičke karaktersitike, pogonska skupina i konstruktivne karakteristike). Zrakoplov je izložen raznim atmosferskim uvjetima koji imaju za posljedicu povećanje ili reduciranje performansi. S druge strane, performanse zrakoplova se mijenjaju pri različitim vrijednostima masa. Nadalje, jedna od najbitnijih stavki je izbor pogonske grupe zrakoplova (klipni ili mlazni motor). Generalno, sa stajališta performansi, na zrakoplov utječu razne varijable pa tako bez obzira na karakteristike samog zrakoplova (koje mogu biti kvalitetno izvedene), s druge strane veliki doprinos imaju atmosferski uvjeti te stanja uzletno-sletnih staza tijekom polijetanja i slijetanja.

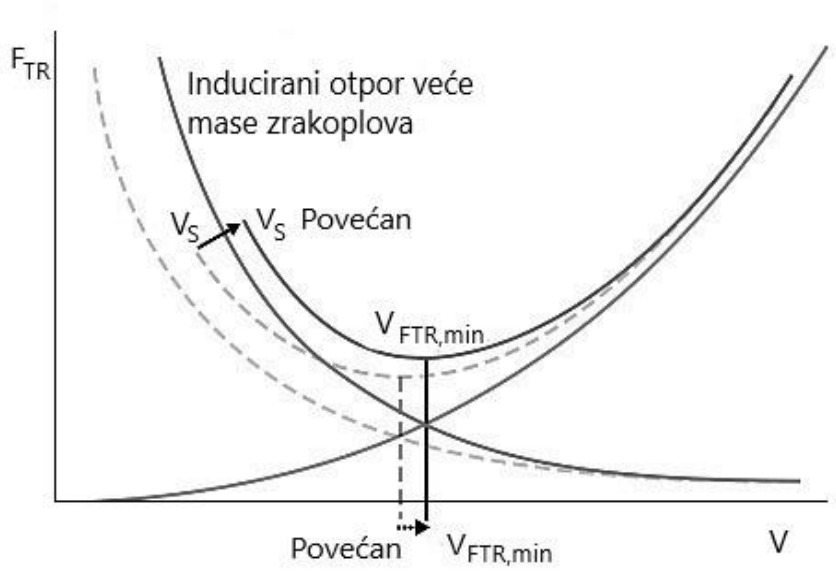
## 3.1. Karakteristike zrakoplova

Bitne karakteristike zrakoplova koje imaju utjecaj na izračun performansi zrakoplova su: masa zrakoplova, aerodinamičke karakteristike, pogonski sustav i konstruktivne karakteristike. Za slučaj analiziranja problematike, svaka karakteristika razmatrat će se kao nezavisna varijabla, međutim u konačnom izračunu uzimaju se u obzir sve karakteristike i čimbenici koji utječu na performanse zrakoplova.

### 3.1.1. Masa zrakoplova

Masa zrakoplova je jedan od najbitnjih parametara. Prije samog polijetanja zrakoplova, vrše se izračuni za određivanje centra mase zrakoplova. Centar mase zrakoplova utječe na upravljivost i stabilnost samog zrakoplova. S druge strane, preveliko opterećenje kao posljedica povećane mase direktno utječe na konstruktivne dijelove zrakoplova. Međutim, masa kao parametar usko vezan za performanse, ima različite utjecaje na zrakoplov u određenim fazama leta. Općenito, vezano za potreban potisak, masa utječe na način da povećava inducirani otpor – potrebna je veća sila uzgona u odnosu na povećanu silu gravitacije. Na slici 3. prikazano je grafički kako masa utječe na povećanje induciranog otpora. Povećanjem mase povećava se minimalan potreban potisak $F_{TRmin}$ (Thrust Required Minimum) i brzina za minimalan potreban potisak $V_{FTRmin}$ (Minimum Thrust Required Speed). Također, povećava se brzina gubitka uzgona *Vs* (Stalling Speed) s povećanom masom.

Prilikom faze polijetanja, veća vrijednost mase zrakoplova, ima utjecaj na ubrzanje zrakoplova tijekom zaleta; kako se masa povećava akceleracija (ubrzanje) se smanjuje. Shodno povećanoj masi, povećava se i otpor kotača što za posljedicu ima također reduciranje ubrzanja. Također, povećava sigurnosnu brzinu polijetanja ($V_2$ - the take off safety speed) koja osigurava minimalni potrebni gradijent i upravljivost zrakoplova. U konačnici, povećana masa utječe i na potrebnu duljinu staze za izvođenje polijetanja (TODR – Take off distance required).




**Slika 3.** Grafički prikaz povećanja induciranog otpora s povećanom masom zrakoplova [1]

Povećana masa zrakoplova utječe i na performanse u penjanju pa tako utječe na brzinu uzdizanja (Rate of Climb – *R/C*) za određeni višak potiska. S druge strane ima utjecaj na otpor zrakoplova (povećanje otpora) te tako direktno utječe na potreban potisak odnosno snagu. Povećanje mase uzrokuje povećanje potrebnog potiska što znači da se višak potiska smanjuje. Brzina *Vy* – najbolja brzina uzdizanja (the best Rate of Climb speed) se smanjuje.

U horizontalnom letu, povećana masa povećava također i otpor te je potrebna snaga uvećana. Masa direktno utječe na dolet zrakoplova kao i na potrošnju goriva zbog veće potrebne snage. Tijekom zaokreta bitno je napomenuti da uzgon mora biti veći od težine pa shodno povećanju težine mora se povećati i uzgon.

Prilikom faze spuštanja masa ima utjecaj na povećanje brzine snižavanja/propadanja *R/D* (Rate of Descent). Važno je napomenuti da masa nema učinka na kut spuštanja, već povećava brzinu snižavanja i smanjuje vrijeme potrebno za spuštanje.

Masa zrakoplova predstavlja značajan faktor u fazi slijetanja. Povećana masa utječe na povećanje brzine gubitka uzgona *Vs* (Stalling speed). Također smanjuje deceleraciju u fazi zaustavljanja, shodno tome povećava se i duljina potrebna za slijetanje LDR (Landing Distance Required).

### 3.1.2. Osnovne aerodinamičke karakteristike

Osnovne aerodinamičke karakteristike zrakoplova poput sile uzgona i otpora, odnosno njihovih koeficijenata imaju različite vrijednosti tijekom svake faze leta. Neželjeni efekti koji utječu na vrijednosti ovih karakteristika proizlaze iz različitih poremećaja uzrokovanih na zrakoplovu. Uzimajući u obzir polijetanje uzgon se povećava s kvadratom brzine, dok s druge strane i otpor se povećava s povećanjem brzine. Tijekom polijetanja prisutan je učinak poznat

kao utjecaj blizine tla (Ground Effect) koji smanjuje inducirani otpor, te je ukupni otpor na polijetanju manji. Tijekom ove faze, zrakoplov se nalazi u konfiguraciji za polijetanje – zakrilca su otklonjena na specifičan kut ovisno o performansama određenog zrakoplova.

Nakon prevođenja u režim penjanja, utjecaj blizine tla više nije prisutan te se inducirani otpor povećava. U fazi penjanja, sila uzgona treba biti manja od težine. Zrakoplov penjanje ostvaruje viškom potiska (Excess Thrust). Prilikom penjanja, zrakoplov ne smije letjeti iznad kritičnog napadnog kuta kako ne bi došlo do gubitka uzgona, odnosno odvajanja graničnog sloja i formiranja velikog otpora tlaka.

Tijekom horizontalnog leta pri konstantnom brzinom, zrakoplov u pravilu leti pod nekim napadnim kutom. Sila uzgona je izjednačena s težinom, a otpor je izjednačen s potiskom. Bilo kakva promjena napadnog kuta, odnosno promjena kuta oko bilo koje osi uzrokovat će promjenu u distribuciji uzgona i otpora i stvoriti momente skretanja odnosno promjene smjera zrakoplova. Tijekom izvođenja zaokreta, zrakoplov se nalazi pod određenim nagibom. Kao što je bio slučaj u penjanju, u zaokretu vrijednost sile uzgona mora biti veća od sile gravitacije. Pojavljuje se faktor opterećenja (Load Factor) koji predstavlja omjer koliko je sila uzgona veća od sile gravitacije. S obzirom na način izvođenja zaokreta s aspekta upravljanja (koordinirani pokreti upravljačke palice i nožnih komandi; krilca i kormilo pravca) mogu se pojaviti neželjena skretanja (Adverse Yaw) ukoliko zaokret nije koordiniran. Dolazi do poremećaja u distribuciji uzgona, pojavljuje se dodatna komponenta i zakreće zrakoplov ovisno o svom intezitetu – poznato kao vanjsko i unutarnje klizanje zrakoplova.

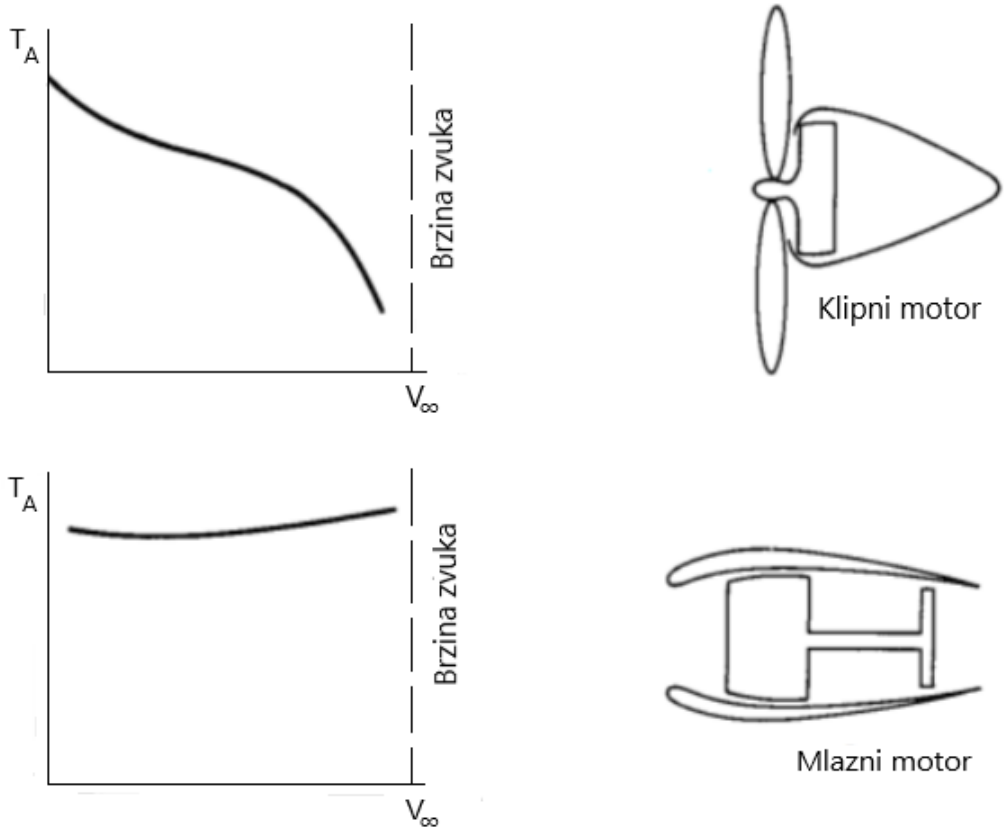
Spuštanje zrakoplova može se izvoditi s potiskom (vučnom silom), a može i bez – planiranje (jedrenje). U spuštanju je sila uzgona manja od sile gravitacije. Zrakoplov spušta pod određenim kutem i određenom brzinom snižavanja, ovisno o potrebnom vremenu i udaljenosti. Sila uzgona i sile otpora jednake su komponentama sile gravitacije.

Tijekom faze slijetanja tendencija je smanjivanje sile uzgona, a povećanje sile otpora u svrhu zaustavljanja zrakoplova na potrebnoj dužini slijetanja. Zrakoplov je u konfiguraciji za slijetanje (izvučena zakrilca) te se zbog smanjenja brzine vrijednost uzgona smanjuje. Otklon zakrilca (otklon je veći nego na polijetanju) stvaraju dodatni otpor kao dio konfiguracije. Kako se zrakoplov približava stazi, pojavljuje se već spomenuti utjecaj blizine tla te se smanjuje inducirani otpor. Povećanje otpora i zaustavne duljine pospješuju i dodatne mogućnosti kočenja poput obrnutog potiska (Thrust Reverse), zračnih kočnica (Airbrake) i sličnih sustava.

### 3.1.3. Pogonska skupina

Pogonska skupina zrakoplova ima značajan utjecaj na performanse zrakoplova. U uporabi su klipni i mlazni (nekoliko vrsta izvedbi) motori, koji imaju svoje specifičnosti gledajući sa stajališta performansi. Klipni motori se najčešće koriste na manjim zrakoplovima; školskim i zrakoplovima generalne avijacije, dok su na većim zrakoplovima uglavnom elisno-mlazni i mlazni motori, a na helikopterima izvedbe vratilno mlaznih motora. Očitovanje pogonske

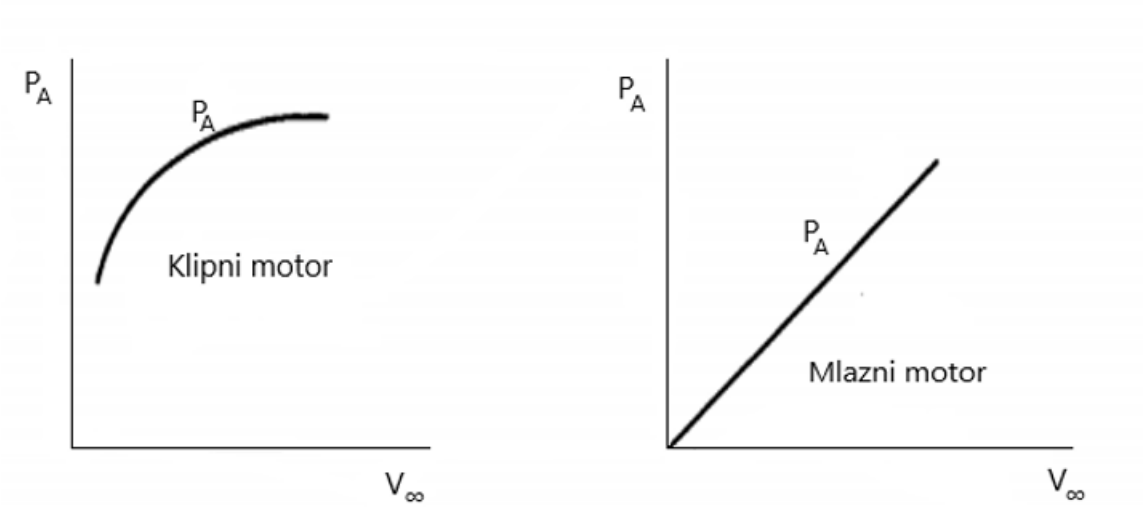
grupe u izračunu performansi veoma je bitno u fazama polijetanja i penjanja, upravo zbog fizikalnih zahtjeva; veliki potisak u svrhu razvijanja što veće brzine na polijetanju te raspoloživi potisak, odnosno višak potiska u penjanju. S obzirom da se pomoću pogonske grupe ostvaruje potisna sila, bitno je napomenuti da se potisak mijenja s porastom visine i podložan je atmosferskim promjenama (tlak, gustoća i temperatura). Potisak pogonske grupe ovisi također i o brzini pri kojoj se leti. Na sljedećem grafikonu (Slika 4.) prikazana je krivulja koja prikazuje vrijednost raspoloživog potiska (Thrust Available - $T_A$) za dvije vrste pogonskih skupina u ovisnosti o povećanju brzine ($V_\infty$).




**Slika 4.** Grafički prikaz vrijednosti raspoloživog potiska u ovisnosti u brzini [1]

Kao i kod raspoloživog potiska, postoji ovisnost raspoložive snage kod ove dvije vrste pogonskih grupa. S obzirom na različitost izvedbe, odnosno načina na koji ove dvije skupine proizvode raspoloživu snagu, postoji i razlika u ovisnosti o brzini. Ovisnost raspoložive snage (Power Available - $P_A$) o brzini ($V_\infty$) prikazan je grafički na slici 5.

Dakle, pogonska skupina je krucijalan parametar u pogledu performansi, s obzirom na njezinu ulogu ostvarivanja određene potisne sile odnosno snage. Ovisno o brzini i visini leta, performanse zrakoplova se mijenjaju, pa su tako na većim visinama, gdje vlada područje rijeđeg zraka, performanse zrakoplova reducirane.




**Slika 5.** Grafički prikaz vrijednosti raspoložive snage u ovisnosti o brzini [1]

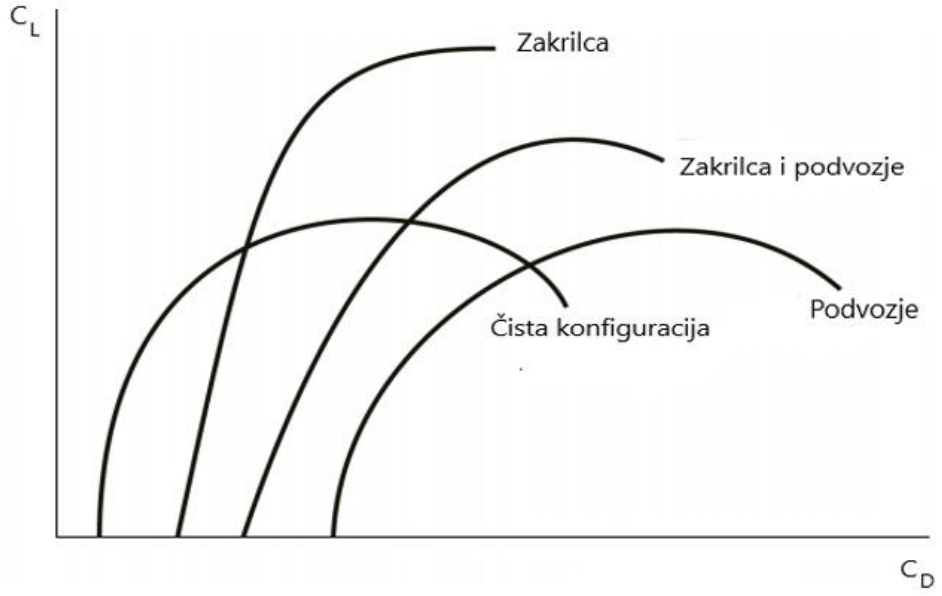
### 3.1.4. Konstruktivne karakteristike

Utjecaj konstruktivnih dijelova na performanse različit je za sve zrakoplove upravo zbog konstruktivnih specifičnosti. Ovisno o fazi leta, konstrukcijski dijelovi mogu biti korisni, a isto tako u promjeni faze leta, i nepotrebni jer stvaraju neželjene otpore i na taj način reduciraju performanse zrakoplova. Pojedini elementi konstrukcija na zrakoplovu pridonose upravljivosti zrakoplova te služe i kao kompenzacije. Generalno, sav negativan doprinos u izračunu performansi zrakoplova očituje se u povećanju otpora. Značajni konstrukcijski dijelovi koji, između ostalog, utječu na performanse su zakrilca (Flaps) i pretkrilca (Slats), zračne kočnice (Air Brakes) i *spoileri* (Spoilers), sustavi formiranja obrnutog potiska (Thrust Reverse), podvozje zrakoplova (Landing Gear) te elementi vrhova krila (Wing Tips).

Navedeni konstruktivni dijelovi ne očituju se u svim fazama leta, pa se tako uporaba pretkrilaca, zakrilaca (do visine uvlačenja) i sustava formiranja obrnutog potiska ne koristi u fazama penjanja, krstarenja, spuštanja te u zaokretima. U takvim fazama navedeni sustavi su konstruirani na način da su kompaktni (usklađeni) s ostalim aerodinamičkim površinama na kojima se nalaze kako bi se izbjegla neželjen prisutnost otpora. Ovi sustavi su operativno ograničeni zbog mogućih oštećenja iznad određenih brzina, ovisno o pojedinom zrakoplovu. Spomenuti sustavi se koriste u fazama polijetanja i slijetanja. U fazi polijetanja zakrilca i pretkrilca služe povećanju uzgona i utječu na udaljenost potrebnu za polijetanje. S druge strane u slijetanju se uz zakrilca i pretkrilca koriste i sustavi obrnutog potiska. Na završnom prilazu zrakoplov je u konfiguraciji za slijetanje (zakrilca i pretkrilca su pod određenim otklonom), a sustavi obrnutog potiska se aktiviraju prilikom dodira zrakoplova sa uzletno sletnom stazom i pri određenoj brzini. Zakrilca u fazi slijetanja pridonose povećanju otpora, s obzirom da je u toj najosjetljivijoj fazi cilj smanjiti brzinu do brzine slijetanja.

Ostali sustavi poput zračnih kočnica, *spoilera*, podvozja i različitih izvedbi vrhova krila koriste se i u ostalim fazama leta, uključujući i polijetanje i slijetanje. Zračne kočnice su konstrukcijski elementi koji se nalaze na različitim dijelovima zrakoplova. Kada se nalaze u neutralnom odnosno uvučenom položaju ne stvaraju dodatni otpor jer su uvučene ispod konstrukcije zrakoplova ili su površinski poravnate s konstrukcijom ostalih aerodinamičkih površina. Uloga zračnih kočnica je povećanje otpora otklonom prema nadolazećoj struji zraka. Koriste se uvijek u fazi slijetanja, a u ostalim fazama prvenstveno radi energičnijeg smanjenja brzine. Usporedno sa *spoilerima*, zračne kočnice konkretno povećavaju otpor dok su promjene uzgona nezamjetne. *Spoileri* jednako mijenjaju iznos sile uzgona i sile otpora na aktivnoj površini, nalaze se na gornjaci krila, a također se mogu koristiti i u ostalim fazama leta shodno smanjenju brzine.

Važan konstrukcijski dio na zrakoplovu, u pogledu performansi, je podvozje zrakoplova, koje može biti uvlačivo i neuvlačivo (fiksno). Na većim komercijalnim zrakoplovima podvozje je uvlačivo, dok na manjim zrakoplovima (školskim i generalne avijacije) su moguće izvedbe neuvlačivog podvozja. Kod takvih podvozja, tijekom cijelog leta postoji doprinos ukupnom otporu ovisno o rasponu brzina kojima se leti. Neuvlačivo (fiksno) podvozje povećava parazitni (štetni) otpor na zrakoplovu tijekom leta. Na slici 6. prikazano je Grafički kako konfiguracija zrakoplova utječe na koeficijente uzgona ($C_L$) i otpora ($C_D$). Aeordinamičke površine vrhova krila mogu biti različitih izvedbi. U suštini, glavna uloga izvedbi vrhova krila je smanjenje induciranog otpora na način da reduciraju pojavu vrtloženja na vrhovima krila. S druge strane imaju utjecaj na smanjenje potrošnje goriva. Izvedbe se najčešće koriste na većim zrakoplovima, odnosno pri većim brzinama jer se tu očituje efikasnost navedenih značajki.



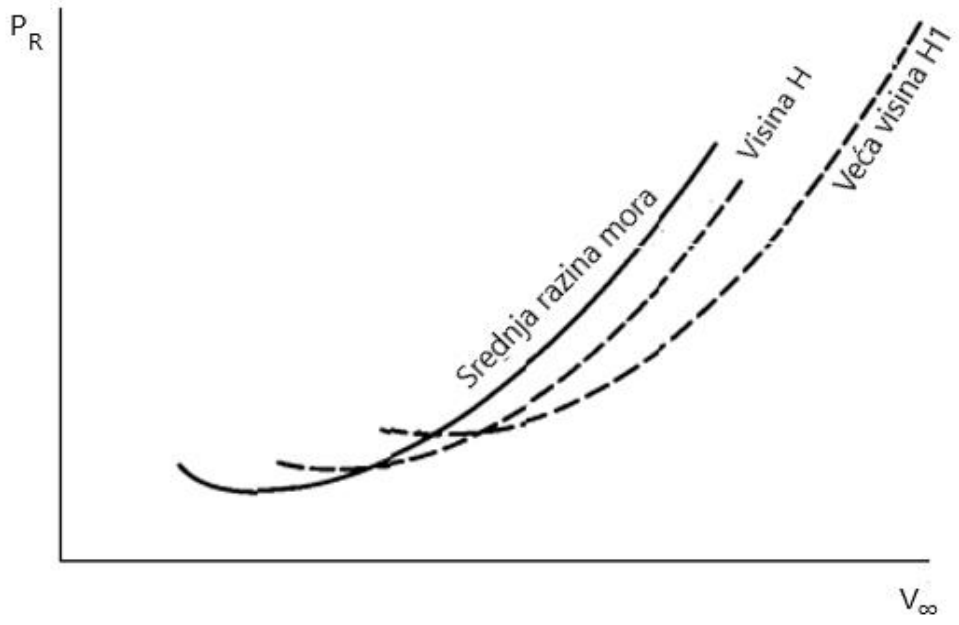

**Slika 6.** Grafički prikaz vrijednosti koeficijenta uzgona i otpora u funkciji konfiguracije

## 3.2. Vanjski čimbenici

Utjecaj vanjskih čimbenika očituje se uvelike na performanse u svim fazama leta. Atmosfera, s obzirom na složenost svoje strukture, polazna je točka razmatranja svih vanjskih čimbenika. U svakoj pripremi leta, podaci o meteorološkom stanju uzletno-sletne staze i meteo informacije općenito na planiranoj putanji leta bitan su parametar u očitovanju performansi zrakoplova na tom letu. Specifični vanjski utjecaji koji će se analizirati su utjecaj visine leta, stanje atmosfere (tlak, gustoća i temperatura), vjetar te stanje uzletno-sletne staze.

### 3.2.1. Utjecaj visine leta

Utjecaj raspona visina na kojem zrakoplov leti utječe najviše na pogonsku skupinu. S obzirom na osnovnu meteoroloških saznanja da gustoća i tlak opadaju s povećanjem visine, isto tako i temperatura do određenih visina i u određenom sloju atmosfere, performanse se reduciraju na način da se raspoloživa snaga smanjuje s visinom. Upravo zbog negativnih učinaka na većim visinama, svaki zrakoplov ima apsolutni vrhunac leta – visina do koje teoretski može popeti, odnosno gdje se raspoloživi potisak izjednačuje s potrebnim potiskom. S obzirom na raspoloživu snagu, manja gustoća na određenoj visini uzrokuje reduciranje snage za klipne i mlazne motore. Potrebna snaga na većim visinama se smanjuje, dok potreban potisak nije funkcija visine leta. Potreban potisak i snaga su funkcija aerodinamičkih karakteristika i same težine zrakoplova. Izračun porebne snage i potiska te njihove ovisnosti će biti analizirane kasnije po fazama leta te prikazane grafički i tablično. Utjecaj visine leta na na potrebnu snagu prikazan je na slici 7. Na slici se vidi da se funkcija grafa s povećanjem visine translatira prema desno i prema gore.




**Slika 7.** Utjecaj povećanja visine leta na potrebnu snagu

S obzirom na karakteristiku visine, raspoloživi potisak se smanjuje, te su manji rasponi brzina kojim se zrakoplov može kretati u odnosu na manje visine. Svaka krivulja predstavlja određenu visinu i njezin dijapazon brzina na toj visini. Usporedno, da bi zrakoplov letio pod istim napadnim kutom za dvije različite visine; na većim visinama dolazi do povećanja brzine (zrak je rijeđi pa se shodno tome uzgon ostvaruje većim dinamičkim tlakom – veća brzina) te zahtjevom za većom potrebnom snagom kako bi se održavala spomenuta brzina. Međutim, povećanju potrebne snage suprostavlja se činjenica da se raspoloživa snaga smanjuje s povećanjem visine te na određenoj visini dolazi do izjednačavanja potrebne i raspoložive snage.

### 3.2.2. Stanje atmosfere

Atmosfera kao plinovit omotač koji okružuje Zemlju, svojim kemijskim sastavom bitno utječe na performanse zrakoplova. Struktura atmosfere se mijenja s promjenom visine pa je isto tako podijeljenja u određene slojeve koji sadrže specifična svojstva. Sloj atmosfere u kojem se najviše, gotovo stalno odvija zračni promet (osim vojnih zrakoplova), je Troposfera. Najbitniji parametri koji utječu na performanse zrakoplova su gustoća, temperatura i tlak zraka. U osnovama meterologije, navedeni parametri imaju svoje zavisnosti na određenoj visini te ih je moguće izračunati na bilo kojoj visini. Međutim, svi proračuni se vrše u odnosu na međunarodnu standardnu atmosferu ISA (International Standard Atmosphere), koja predstavlja model kako se gustoća, temperatura i tlak mijenjaju s promjenom visine. Spomenuti parametri su i međusobno ovisni i kao takvi predstavljaju stabilnost i nestabilnost atmosfere. Atmosferski parametri naviše utječu na pogonsku skupinu i na formiranje uzgona kao posljedica rijeđeg zraka.

Pogonska skupina zrakoplova, tijekom vrućih dana imati će reducirane performanse zbog rijeđeg zraka tijekom većih temperatura. S druge strane, tijekom hladnijih dana, uz povećanu gustoću zraka, performanse će biti poboljšane. Ovakve specifičnosti najbitnije su na polijetanju iz razloga što utječu na potrebnu duljinu polijetanja te tijekom većih temperatura, povećava se stvarna brzina TAS (True Airspeed) za određenu indiciranu brzinu IAS (Indicated Airspeed). S povećanjem visine gustoća zraka se smanjuje, a isto tako i tlak, dok se temperatura smanjuje do određenih visina, zatim stagnira te počinje rasti. Na većim visinama, klipni motori nisu sposobni funckionirati zbog smanjene gustoće zraka, osim uz korištenje dodatnog punjenja zraka pomoću kompresora. S druge strane, mlazni motori su sposobni funkcionirati na većim visinama od klipnih ponajviše zahvaljujući toplinskoj učinkovitosti. S aerodinamičkog pogleda, s povećanjem visine smanjuje se vrijednost gustoće i tlaka zraka krucijalnih za formiranje sile uzgona. Zbog rijeđeg zraka, zrakoplovi na većim visinama lete brže, te uzgon stvaraju zahvaljujući povećanju dinamičkog tlaka, kao kompenzacije za smanjenju gustoću zraka. Zbog navedenih specifičnosti promjena atmosfere u svojim slojevima, svaki zrakoplov ima svoj vrhunac leta. Raspoloživa snaga pogonske skupine se reducira s povećanjem visine te se u jednom trenutku izjednačava s potrebnom snagom što

znači da određeni zrakoplov više nema snage odnosno viška potiska za nastaviti penjanje na veće visine.

### 3.2.3. Utjecaj vjetra

Vjetar je gibanje zraka paralelno s površinom. U potpunosti je određen brzinom i smjerom – vektorska je veličina. Iako, po prirodi nastanka predstavlja dio promjena u atmosferi, odnosno razlike tlakova, promatra se specifično u pogledu performansi zrakoplova. Kao i ostale karakteristike, ima različite učinke u različitim režimima leta. Vjetar kao parametar utječe na zemaljsku brzinu GS (Ground Speed), pa tako čeoni vjetar smanjuje zemaljsku brzinu, a leđni povećava za vrijednost proračunate komponente.

U pravilu, faza polijetanja se izvršava u smjeru suprotnom kojem puše vjetar – polijetanje u vjetar. Čeoni vjetar pospješuje polijetanje na način da povećava dinamički tlak te se uzgon brže generira zahvaljujući intezitetu vjetra, a shodno tome potrebna dužina staze za polijetanje se smanjuje. S druge strane, leđni vjetar reducira performanse na način da produžuje potrebnu duljinu staze. Postavljeni su propisi, za sve vrste zrakoplova, da se prilikom računanja potrebne dužine staze za polijetanje uzima 50 % vrijednosti čeonog vjetra i 150 % vrijednosti leđnog vjetra, upravo zbog spomenutih karakteristika. Prilikom čistog bočnog vjetra, potrebna duljina staze za polijetanje biti će ista kao i kod uvjeta bez prisutnosti vjetra. [3]

Prilikom faze penjanja, vjetar utječe na kut penjanja relativan u odnosu na površinu zemlje. Ukoliko se razmatra slučaj čeonog vjetra kut penjanja će biti oštriji zbog tendencije povećanja napadnog kuta zrakoplova. Bitno je napomenuti da, bez obzira što vjetar utječe na kut penjanja, ne utječe na brzinu uzdizanja R/C. Kada je prisutan leđni vjetar, kut penjanja će biti manji, zbog momenta kojeg stvari ležni vjetar – smanjuje napadni kut zrakoplova. U fazi spuštanja, slično kao i kod penjanja, vjetar utječe na kut spuštanja. Također, vjetar ne utječe na brzinu snižavanja R/D.

Vjetar predstavlja bitan parametar u režimu krstarenja zrakoplova. S obzirom da čeoni vjetar usporava zrakoplov, a leđni ubrzava, bitno se mijenja udaljenost prijeđena u odnosu na površinu zemlje. Na spomenuti način, čeoni vjetar smanjuje udaljenost prijeđenu u odnosu na zemlju, a leđni povećava, za isto stvarnu brzinu leta. S obzirom da čeoni let u krstarenju ima negativan utjecaj na let zrakoplova; potrebna je veća snaga kako bi se pristiglo na destinaciju u isto vrijeme kao i u uvjetima bez vjetra, što znači da bi se potrošnja zrakoplova povećala i samim time predstavljala neekonomičan let. Stoga, zrakoplovi s obzirom na smjer vjetra u odnosu za planirani kurs, lete na različitim visinama zbog optimaliziranja potrošnje goriva odnosno poboljšanja ekonomičnosti, a s druge strane ono najbitnije, da bi let izvršili u predviđenom, planiranom vremenu. U zaokretima vjetar ima utjecaj također u odnosu na smjer iz kojeg puše. Međutim zbog kružnog oblika putanje, vjetar ima varijabilan utjecaj kroz zaokret, ovisno vrijednosti promjene smjera zrakoplova. Da bi se izveo manevar u uvjetima

vjetra, kroz zaokret se smanjuje ili povećava nagib zrakoplova kako bi se kompenzirao utjecaj vjetra. Također, vjetar može uzrokovati i klizanja zrakoplova, a specifičnost vjetra su i udari kratkog vremenskog intervala.

Tijekom slijetanja, vjetar utječe kao i kod polijetanja na duljinu potrebnu za slijetanje. Čeoni vjetar će uzrokovati manju duljinu porebnu za slijetanje, dok će leđni vjetar veću. Slijetanje se također izvodi u pravcu suprotnom iz kojeg puše vjetar. Prilikom čeonog vjetra zrakoplov će, ovisno o vrijednosti vjetra, trebati povećavati snagu, a u slučaju leđnog oduzimati. Također, tijekom izračuna potrebne udaljenosti za slijetanje uzimaju se vrijednosti za vjetar kao i kod polijetanja – 50 % čeonog i 150 % leđnog vjetra.

### 3.2.4. Stanje uzletno-sletne staze

Stanje uzletno-sletne staze bitan je faktor u fazi polijetanja i slijetanja. Parametri, koji su bitni u procjeni stanja su; nagib uzletno-sletne staze i površinsko stanje (kiša, snijeg, bljuzgavica i slično).

U slučaju nagnutosti uzletno-sletne staze pojavljuje se komponenta sile gravitacije koja povećava ili smanjuje vrijednost ubrzanja, odnosno stvara akceleraciju ili deceleraciju. Prilikom nagnutosti staze prema dolje pojavljuje se komponenta sile gravitacije koja pospješuje akceleraciju te će zrakoplovu trebati manja duljina potrebna za polijetanje. U drugom slučaju, ukoliko se radi o nagnutosti staze prema gore pojavljuje se komponenta sile gravitacije koja dovodi do deceleracije te će povećati potrebnu duljinu staze za polijetanje. U fazi slijetanja, nagnutost staze prema gore pospješuje deceleraciju zrakoplova te će biti potrebna manja duljina za slijetanje, dok nagnutost staze prema dolje ima negativan utjecaj – potrebna je veća duljina za slijetanje.

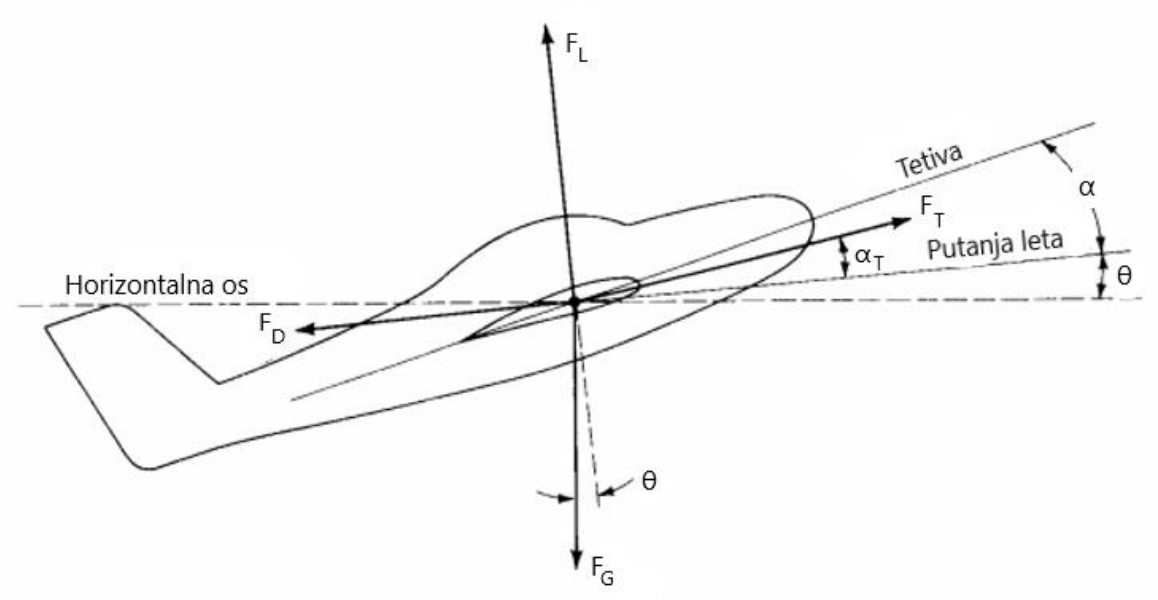
Parametar koji ovisi o stanju površine uzletno-sletne staze je koeficijent trenja. Trenje je uvijek prisutno i predstavlja dio otpora prilikom polijetanja i slijetanja. Međutim, prilikom kontaminirane staze – pojava kao posljedica raznih oborina, dolazi do povećanja vrijednosti trenja. Dodatno trenje stvaraju nakupine kiše, snijega, bljuzgavice i sličnih pojava. S povećanjem visine, povećava se otpor uzrokovan trenjem do kritične brzine, kada se pojavljuje fenomen akvaplaninga (hidroplaninga), iznad koje se otpor uzrokovan trenjem smanjuje. Također, prilikom kočenja na mokrim stazama koeficijent trenja je reduciran i djelotvornost kočnica nije na maksimalnoj razini. Tijekom slijetanja, zbog spomenutih pojava, potrebna je veća duljina za zaustavljanje.

# 4. Izračun performansi zrakoplova u horizontalnom letu

Fundamentalni izračuni performansi zrakoplova u horizontalnom letu predstavljaju polaznu osnovu za proračun i drugih režima leta. Karakteristični parametri koji odlikuju peformanse u horizontalnom letu, a zatim i u drugim režimima, su potrebna snaga i potisak zrakoplova za specifičan režim, raspon brzina zajedno s najvećom mogućom brzinom koju određeni zrakoplov može postići te u konačnici proračuni za dolet i istrajnost zrakoplova.

## 4.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u horizontalnom letu

Kako bi se postavile osnove analize problematike, promatra se zrakoplov u letu sa svim aktivnim silama koje djeluju na njega. Zrakoplov je postavljen pod određenim kutom u odnosu na putanju leta zbog toga što se razmatra slučaj krila sa zakrivljenim aeroprofilom. Prisutne sile i drugi značajni parametri na zrakoplovu u letu prikazane su na slici 8.




**Slika 8.** Aktivne sile na zrakoplovu tijekom leta [1]

Shodno aktivnim silama postavit će se osnovna jednadžba gibanja zrakoplova. Aktivne sile na zrakoplovu tijekom leta su: sila uzgona $F_L$ – okomita na putanju leta, sila otpora $F_D$ – paralelna s putanjom leta, sila gravitacije $F_G$ – djeluje vertikalno prema centru Zemlje (djeluje pod kutem $\theta$ u odnosu na silu uzgona) i potisna sila $F_T$ – koja generalno djeluje pod kutem $\alpha_T$ u odnosu na putanju leta. Prema slici putanja leta je ravna crta gledajući poziciju zrakoplova, međutim, ako se razmatra zrakoplov u prostoru u kojem leti putanja je zakrivljena. Bez obzira, je li zrakoplov izvodi zaokret ili leti jednoliko pravocrtno, putanja u odnosu na Zemlju je zakrivljena crta s radijusom zakrivljenosti jednakim apsolutnoj visini $h_a$. Prema drugom Newtonovom zakonu postavljaju se osnovne jednadžbe okomite (4) i paralelne (5) na putanju leta.

$$m\frac{dV}{dt} = F_T \cos\alpha_T - F_D - F_G \sin\theta \quad (4)$$

$$m\frac{V^2}{r} = F_L + F_T \sin\alpha_T - F_G \cos\theta \quad (5)$$

- $m$ – masa zrakoplova,
- $dV$ – promjena brzine u vremenu,
- $dt$ – promjena vremena,
- $F_L$ – sila uzgona,
- $\alpha_T$ – kut sile potiska,
- $F_D$ – sila otpora,
- $F_G$ – težina,
- $V$ – brzina promatranog objekta (zrakoplova),
- $r$ – radijus zakrivljenosti,

Jednadžbe (4) i (5) opisuju dvodimenzionalno translacijsko gibanje zrakoplova s ubrzanjem *a*. U svrhu analize promatrat će se zrakoplov u uvjetima bez ubrzanja. S obzirom da se promatra zrakoplov u horizontalnom letu, kut u odnosu na putanju leta ($\theta$) jednak je nuli. Uvjeti bez ubrzanja znače da je desna strana jednadžbe (4) i (5) također jednaka nuli. Shodno navedenoj tvrdnji, jednadžbe se mogu kraće napisati:

$$F_T \cos\alpha_T = F_D$$

$$F_L + F_T \sin\alpha_T = F_G$$

Štoviše, za većinu konvencionalnih zrakoplova, kut sile potiska $\alpha_T$ je dovoljno mali: $\cos\alpha_T \approx 1$ i $\sin\alpha_T \approx 0$, stoga u konačnici jednadžbe (4) i (5) imaju sljedeću zavisnost:

$$F_T = F_D$$

$$F_L = F_G$$

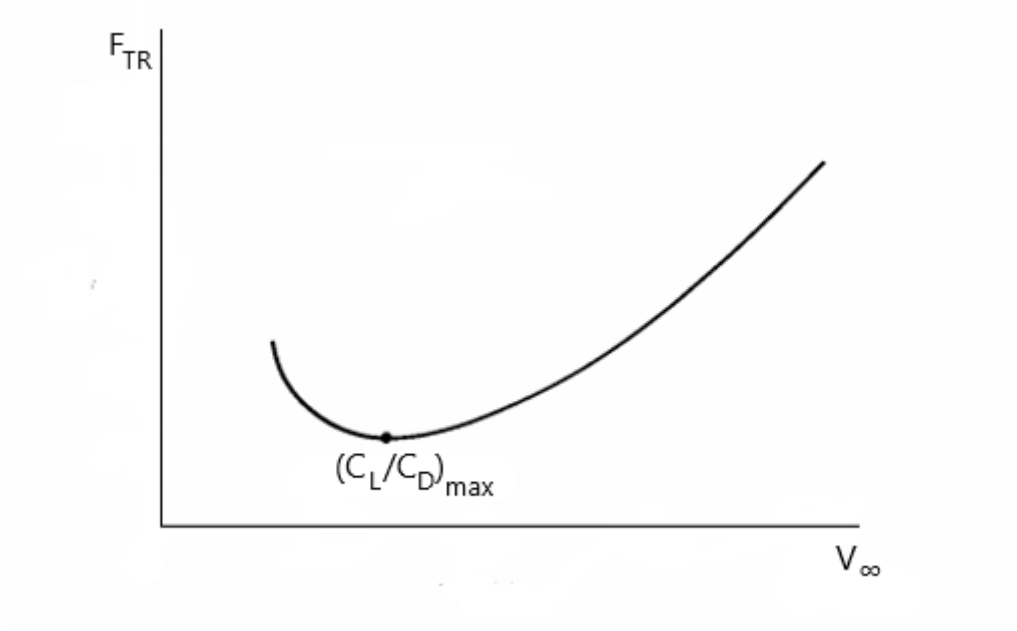
Konačne jednadžbe predstavljaju zakone gibanja za jednoliki, pravocrtni horizontalni let. Uzevši u obzir drugi Newtonov zakon i određene aproskimacije dolazi se do zaključka da su u jednolikom, pravocrtnom horizontalnom letu sve četiri sile izbalansirane: uzgon je jednak sili gravitacije, a potisak otporu. S obzirom na jednostavnost dobivenih zavisnosti, karakteristike poput najveće brzine, doleta, istrajnosti i visine dobivaju se upravo na temelju osnovnih zakona gibanja zrakoplova.

Shodno definiranim zavisnostima definirat će se potrebni potisak i potrebna snaga za horizontalni let. Promatra se zrakoplov u jednolikom pravocrtnom letu na određenoj visini i pri određenoj brzini. Prilikom određene brzine, pogonska grupa zrakoplova mora proizvesti neto potisak koji je jednak otporu zrakoplova. Potreban potisak pri određenoj brzini računa se po sljedećoj zavisnosti:

$$F_{TR} = \frac{F_G}{\frac{C_L}{C_D}} = \frac{F_G}{\frac{F_L}{F_D}} \tag{6}$$

- $F_{TR}$ – potrebni potisak zrakoplova pri određenoj brzini,
- $C_L$ – koeficijent uzgona,
- $C_D$ – koeficijent otpora.

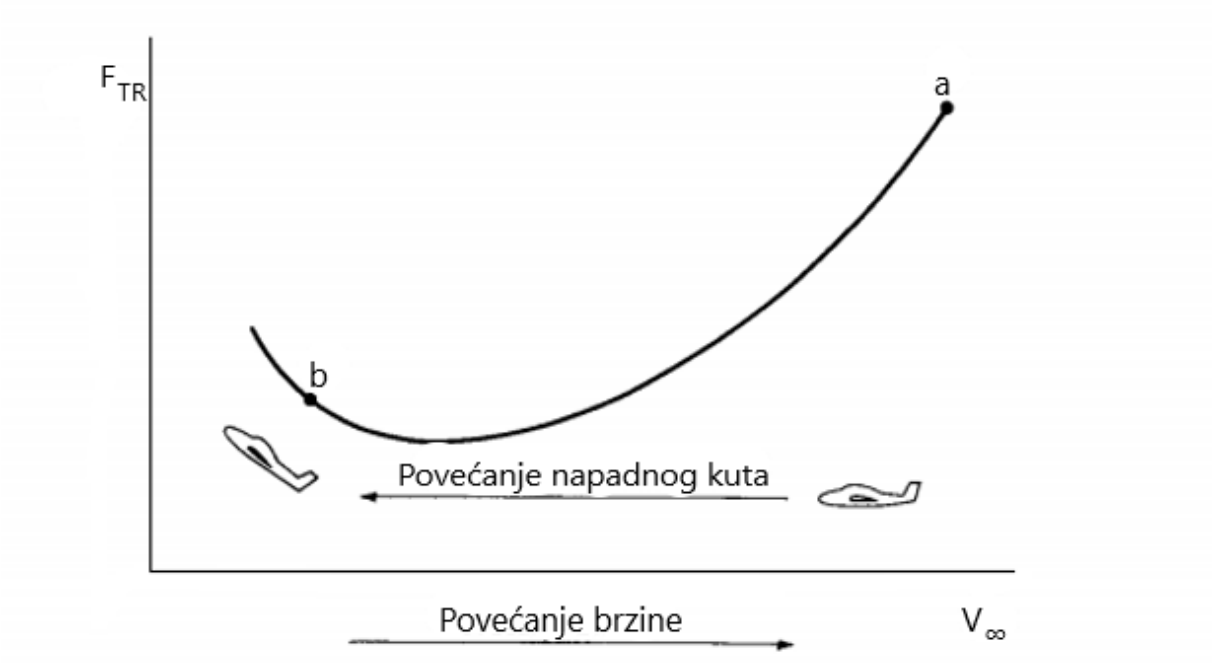
Potreban potisak za određeni zrakoplov, na određenoj visini, varira s brzinom $V_\infty$. Variranja potrebnog potiska pri određenim brzinama prikazuje se grafički, krivuljom potrebnog potiska u odnosu na brzinu $V_\infty$. Kako bi se dobila krivulja potrebnog potiska, odabere se neka vrijednost brzine, zatim se za tu vrijednost brzine izračuna koeficijent uzgona. Nakon toga, izračuna se koeficijent otpora iz poznate polare zrakoplova, formira se omjer koeficijent uzgona i otpora te se u konačnici iscrta krivulja za različite vrijednosti brzina. Tipičan grafički izgled krivulje potrebnog potiska u odnosu na brzinu prikazan je na slici 9.




**Slika 9.** Grafički prikaz krivulje potrebnog potiska

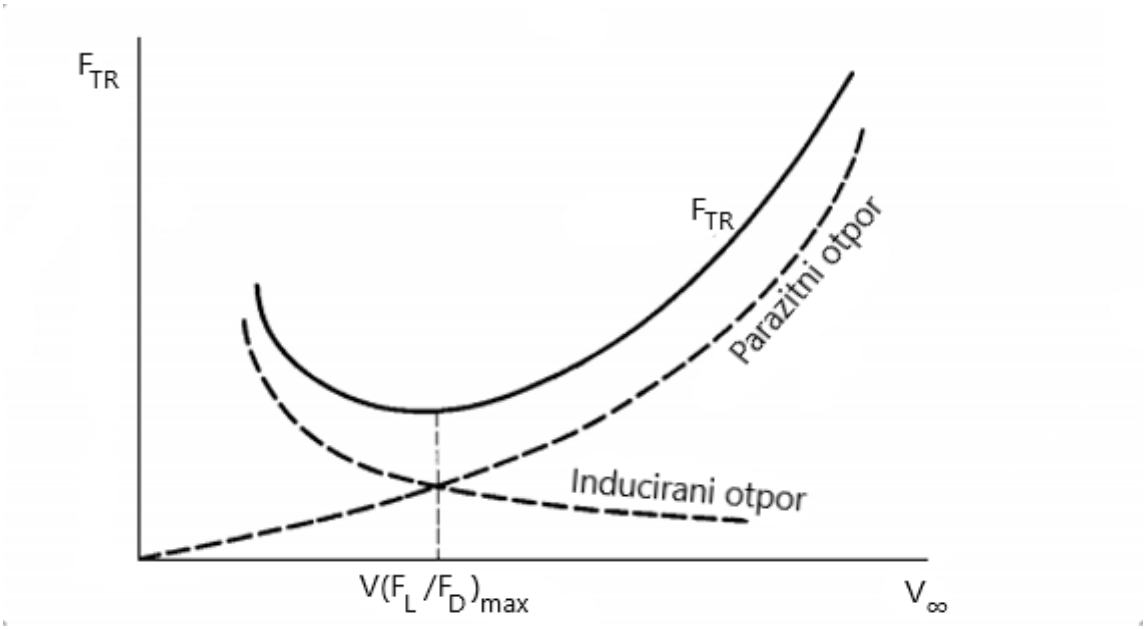
U jednadžbi (6) potreban potisak varira obrnuto s omjerom koeficijenta uzgona i koeficijenta otpora. Prema tome, minimalan potreban potisak bit će ostvaren kada zrakoplov leti brzinom gdje je ojer koeficijenta uzgona i koeficijenta otpora maksimalan. Na slici 9. prikazano je grafički gdje se nalazi brzina za minimalan potreban potisak odnosno brzina za najveći omjer koeficijenta uzgona i otpora. Omjer koeficijenta uzgona i otpora predstavlja

mjeru aerodinamičke učinkovitosti zrakoplova, što znači da maksimalna učinkovitost predstavlja minimalan potreban potisak. Omjer koeficijenata je također i važan dizajnerski parametar, a ovisi o napadnom kutu zrakoplova. Dakle, kada zrakoplov leti brzinom za minimalni potrebni potisak direktno leti i pod napadnim kutom za najbolji omjer koeficijenta uzgona i otpora. Shodno prijašnjim tvrdnjama i analizama, primjećuje se da različite točke na krivulji potrebnog potiska odgovaraju različitim vrijednostima napadnog kuta. Prikaz promjene krivulje potrebnog potiska u odnosu na napadni kut prikazan je na slici 10. S obzirom da pri većim brzinama (točka a slici 10.) većina potrebnog uzgona ostvaruje se zahvaljujući velikoj vrijednosti dinamičkog tlaka, što znači da je vrijednost koeficijenta uzgona i vrijednost napadnog kuta mala. Također, pri većim brzinama vrijednost sile otpora je povećana kao posljedica dinamičkog tlaka. Kako se brzina smanjuje, prateći lijevu stranu krivulje, dinamički tlak se smanjuje stoga se vrijednost koeficijenta uzgona i napadnog kuta moraju povećati da bi podržali određenu težinu zrakoplova. Zbog smanjenja dinamičkog tlaka, otpor i potreban potisak se se inicijalno smanjuju. Prema analizi u 2. poglavlju, utvrđeno je da otpor, uzrokovan uzgonom, komponenta ukupnog otpora te da inducirani otpor raste s kvadratom koeficijenta uzgona. Pri manjim brzinama (točka b na slici 10.) dinamički tlak je manji, a koeficijent uzgona veći. Pri takvim uvjetima, inducirani otpor se naglo povećava, brže nego što se dinamički tlak i potrebna snaga smanjuju.




**Slika 10.** Grafički prikaz promjene potrebnog potiska s promjenom napadnog kuta [1]

Prema jednadžbi (1) ukupni otpor se sastoji od zbroja induciranog i parazitnog otpora. U uvjetima minimalnog potrebnog potiska, postoji zanimljiva relacija između induciranog i parazitnog otpora. Na slici 11. prikazan je raspon vrijednosti induciranog i parazitnog otpora. Kako se brzina povećava, parazitno otpor se povećava dok se inducirani smanjuje.




**Slika 11.** Grafički prikaz promjene vrijednosti parazitnog i induciranog otpora [1]

Potreban potisak jednak je vrijednost zbroja parazitnog i induciranog otpora te zapisuje sljedećom fomulom:

$$F_{TR} = q_{\infty} S C_{D,0} + \frac{F_G^2}{q_{\infty} S \pi e AR} \tag{7}$$

- $q_{\infty}$ – dinamički tlak,
- $S$ – površina krila zrakoplova,
- $AR$ – aspektni odnos.

Minimalni potreban potisak odgovara zavisnosti $dF_{TR}/dV_{\infty} = 0$. Prema tome, vrijednost minimalnog potrebnog potiska također odgovara zavisnosti $dF_{TR}/dq_{\infty} = 0$. Dervirianjem jednadžbe (7) po dinamičkom tlaku i izjednačavanjem s nulom dobiva se sljedeća zavisnost:

$$C_{D,0} = \frac{C_L^2}{\pi e AR} = C_{D,i} \tag{10}$$

- $C_{D,i}$ – inducirani otpor, zrakoplova.

Prema jednakosti iz jednadžbe (10) dokazuje se da je inducirani otpor jednak parazitnom otporu pri vrijednosti minimalnog potrebnog potiska zrakoplova. Prema tome krivulje otpora se na grafu sijeku u točki gdje je vrijednost brzine minimalnog potrebnog potiska.

Bitan parametar u izračunu performansi zrakoplova uz potisak je i snaga zrakoplova. Snaga predstavlja vrijednost energije po jedinici vremena. Ona predstavlja brzinu obavljanja

mehaničkog rada. Snaga također predstavlja umnožak sile i brzine. Promatrajući zrakoplov u u horizontalnom letu, u uvjetima be ubrzanja $a$, na određenoj visini s brzinom $V_\infty$, potrebna snaga će biti definirana sljedećom zavisnoću:

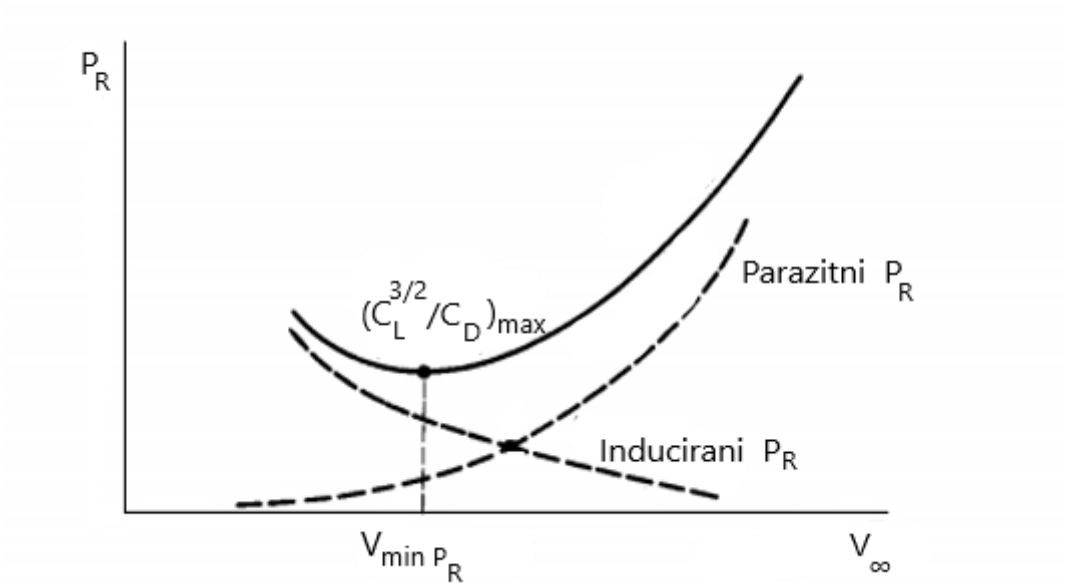
$$P_R = F_{TR} V_\infty \tag{11}$$

- $P_R$ – potrebna snaga zrakoplova,
- $V_\infty$ - brzina.

Poznavajući zavisnost potrebnog potiska i ovisnosti brzine zrakoplova te njihovim uvrštavanjem u jednažbu snage, dobiva jednadžba za odreživanje potrebne snage zrakoplova:

$$P_R = \frac{C_D}{C_L^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{2F_G^3}{q_\infty S}} \tag{12}$$

U usporedbi s potrebnim potiskom, koji varira obrnuto s omjerom $C_L/C_D$, potrebna snaga varira obrnuto s $C_L^{3/2}/C_D$. Izgled krivulje potrebne snage u odnosu na brzinu prikazan je na slici 12. Kako se brzina povećava, potrebna snaga se prvotno smanjuje, prolazi kroz minimum, a zatim povećava. Pri brzini za minimalnu potrebnu snagu, zrakoplov leti pod napadnim kutem koji odgovara omjeru $C_L^{3/2}/C_D$.

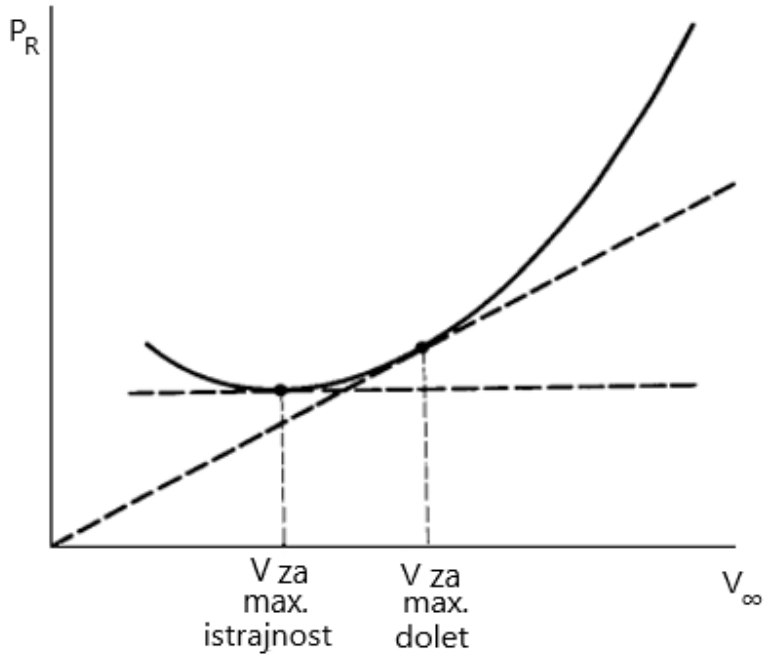



**Slika 12.** Grafički prikaz krivulje potrebnog potiska i otpora [1]

Bitan parametar, kao i kod određivanja minimalnog potrebnog potiska, je minimalna potrebna snaga. Kao što je prethodno spomenutou u analizi potiska, potrebna snaga se može podijeliti na onu koja je ptorebna za svladavanje parazitnog otpora i onu koja je ptorebna za svladavanje induciranog otpora. Deriviranjem jednadžbe potrebne snage po brzini i izjednačavajući s nulom dobiva se zavisnost za određivanje minimalne potrebne snage $C_{D,0}$ =

$1/3C_{D,i}$. Vrijednost parazitnog otpora jednaka je trećini induciranog otpora pri minimalnoj potrebnoj snagi zrakoplova. Također, na krivulji potrebne snage može se odrediti i minimalan potreban potisak na način da se povuće lnija iz ishodišta koja tangira krivulju potrebne snage.

Bitni parametri, od samih početaka zrakoplovstva, su dolet i istrajnost zrakoplova. Iako su oba parametra povezani, njihova ovisnost je različita u fizikalnom pogledu. Dolet i istrajnost različiti su za klipne i mlazne motore. S obzirom da se, kroz proračune, analizira zrakoplov Beechcraft Bonanza s klipnim motorom, definirat će se fizikalne zavisnosti klipnih motora u pogledu doleta i istrajnosti. Dolet zapravo predstavlja totalno udaljenost (u odnosu na Zemlju) koju zrakoplov prijeđe s određenom količinom goriva. Nadalje, istrajnost je tehnički definirana kao ukupno vrijeme u kojem se zrakoplov održi u zraku s određenom količinom goriva. Jedan od krucijalnih parametara koji utječe na dolet i istrajnost zrakoplova je specifična potrošnja goriva (specific fuel consupmtion - SFC), koja je karakteristika samog motora. Specifična potrošnja goriva, u slučaju klipnih motora, definirana je kao količina goriva potrošena po jedinici snage u jedinici vremena. U svrhu održavanja zrakoplova, duži period, u zraku potrebno je koristiti što manje količine goriva po satu. Prema tome, minimalna količina goriva po satu dobiva se minimalnom potrebnom snagom. Shodno navedenim trvdnjama, maksimalna istrajnost, za klipni motor, dobiva se kada zrakoplov leti pri minimalnoj potrebnoj snagi. S druge strane, sa stajališta doleta, potrebno je koristiti minimalnu količinu goriva po nautičkoj milji. Minimalna potrebna snaga po nautičkoj milji zapravo odgovara tangenti na krivulju potrebne snage u odnosu na brzinu. Na slici 13. grafički su prikazane točke na krivulji koje odgovaraju brzini za maksimalnu istrajnosti i dolet.




**Slika 13.** Grafički prikaz određivanja brzina za maksimalnu istrajnost i dolet [1]

Kao što je definirano prethodno, u istom poglavlju, maksimalna istrajnost odgovara vrijednosti minimalne potrebne snage koja odgovara omjeru $C_L^{3/2}/C_D$. Dolet, s druge strane, odgovara maksimalnoj vrijednosti omjera $C_L/C_D$. Važno je napomenuti da definirane ovisnosti odgovaraju u svrhu analiziranja zrakoplova s klipnim motorom.

Konačne zavisnosti, odnosno formule za dolet i istrajnost definirane su Breguetovim formulama za dolet i istrajnost. Jednadžbe daju brza i praktički učinkovita rješenja. Breguetova jednadžba za dolet dana je sljedećom zavisnošću:

$$R = \frac{\eta}{c}\frac{C_L}{C_D}\ln\frac{m_0}{m_1} \tag{13}$$

- $R$ – dolet (Range) zrakoplova,
- $\eta$ – učinkovitost propelera,
- $c$ – specifična potrošnja goriva (specific fuel consupmtion – SFC)
- $m_0$ – masa početne količine goriva,
- $m_1$ – masa količine goriva umanjena za potrošenu količinu.

Mjerna jedinica za dolet je po standardnim jedinicama za udaljenost (metar, nautička milja, kilometri i slično). Prema formuli za dolet (13), da bi se povećao dolet za klipni motor, trebaju se ispuniti zahtjevi poput povećanja učinkovitosti propelera, smanjenje specifične potrošnje goriva, što veći omjer $m_0/m_1$ te najvažnije let pri maksimalnom omjeru koeficijenta uzgona i koeficijenta otpora.

Breguetova formula za istrajnost leta, za zrakoplov s klipnim motorm, dana je sljedećom zavisnošću:

$$E = \frac{\eta}{cg^{3/2}}\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\sqrt{2\rho S}\left(\frac{1}{\sqrt{m_1}} - \frac{1}{\sqrt{m_0}}\right) \tag{14}$$

- $E$ – istrajnost (Endurance) zrakoplova,
- $\rho$ – gustoća zraka,
- $m_0$ – masa početne količine goriva,
- $m_1$ – masa količine goriva umanjena za potrošenu količinu.

Prema Breguetovoj formuli za istrajnost (14), da bi se povećala istrajnost zrakoplova s klipnim motorom, potrebno je zadovoljiti zahtjeve povećanja učinkovitosti propelera, smanjenja specifične potrošnje goriva, letiti pri maksimalnom omjeru $C_L^{3/2}/C_D$ i shodno najvećoj gustoći na razini mora, letiti u uvjetima najveće gustoće.

U konačnici, dva parametra bitna u režimu horizontalnog leta su minimalna i maksimalna brzina zrakoplova. Minimalna brzina (brzina gubitka uzgona) dobiva se pri najevećem koeficijentu uzgona, odnosno prilikom kritičnog napadnog kuta, a dana je sljedećom zavisnošću:

$$V_{min} = \sqrt{\frac{2F_G}{C_{Lmax}\rho S}} \tag{15}$$

- $V_{min}$ – minimalna brzina (brzina gubitka uzgona),
- $C_{Lmax}$ – maksimalni koeficijent uzgona (kritični napadni kut).

S druge strane, maksimalna brzina zrakoplova dobiva se u točki na grafu, gdje raspoloživa snaga odgovara potrebnoj snagi, odnosno gdje raspoloživi potisak odgovara potrebnom. Vrijednosti minimalne i maksimalne snage moguće je odrediti na krivulji potrebne snage u odnosu na brzinu zrakoplova.

## 4.2. Grafički i tablični prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza

Izračuni performansi u svim režimima leta temelje se na podacima vezanim za zrakoplov Beechraft Bonanza V Tail. Podaci koji su bitni za izvedbu proračuna performansi prikazani su u tablici 1.

**Tablica 1.** Karakteristike zrakoplova Beechcraft Bonanza [5]

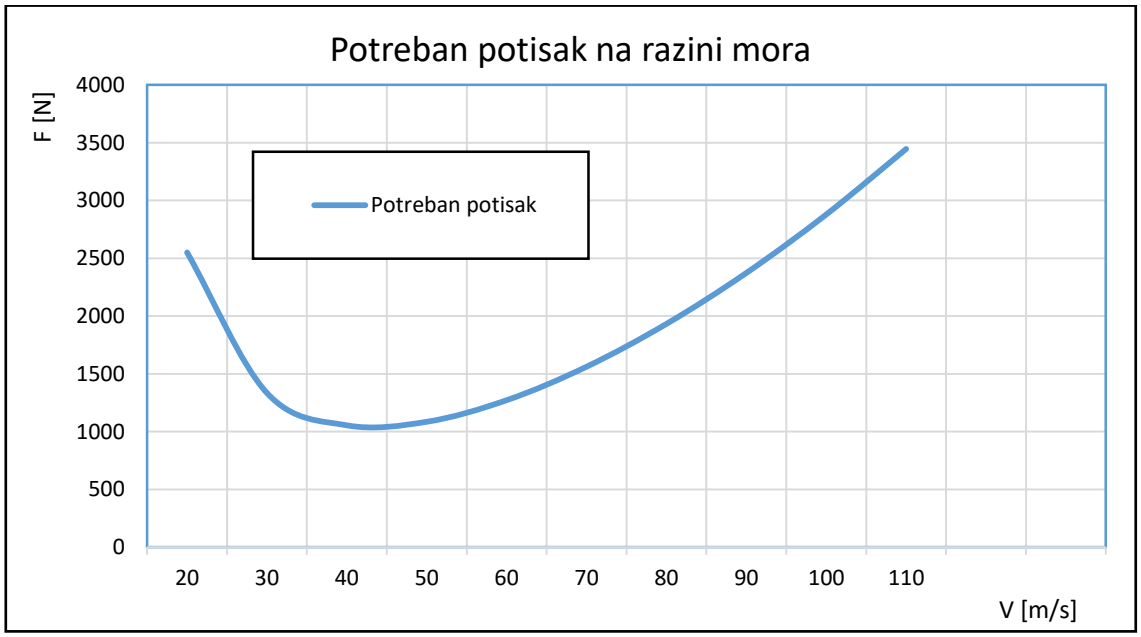
| | | | |
|---|---|---|---|
| **Aspketni odnos *AR*** | 6,2 | **Koeficijent parazitnog otpora $C_{D,0}$** | 0,027 |
| **Površina krila *S*** | 16.8155 $m^2$ | **Raspoloživa snaga $P_A$** | 257,266 kW |
| **Oswaldov koeficijent *e*** | 0.91 | **Učinkovitost propelera *η*** | 0.83 |
| **Maksimalna masa polijetanja** | 1540 kg | **Praktični vrhunac leta** | 18000 ft (5486 m) |
| **Masa praznog zrakoplova** | 1130 kg | **Apsolutni vrhunac leta** | 20000 ft (6096 m) |
| **Specifična potrošnja goriva *c*** | 0.690 $kg_f/kWh$ | **Maksimalni koeficijent uzgona u polijetanju i slijetanju $C_{Lmax}$** | Polijetanje – 1.1<br>Slijetanje – 1.9 |
| **Visina krila iznad tla *h*** | 1.2 m | **Raspona krila *b*** | 10.21 m |

Zavisnost potrebne snage i potrebnog potiska o brzini leta za horizontalan let, definiran je za određenu masu (*m* = 1361 kg) i gustoću na razini mora, shodno proračunima za potrebnu snagu i potisak:

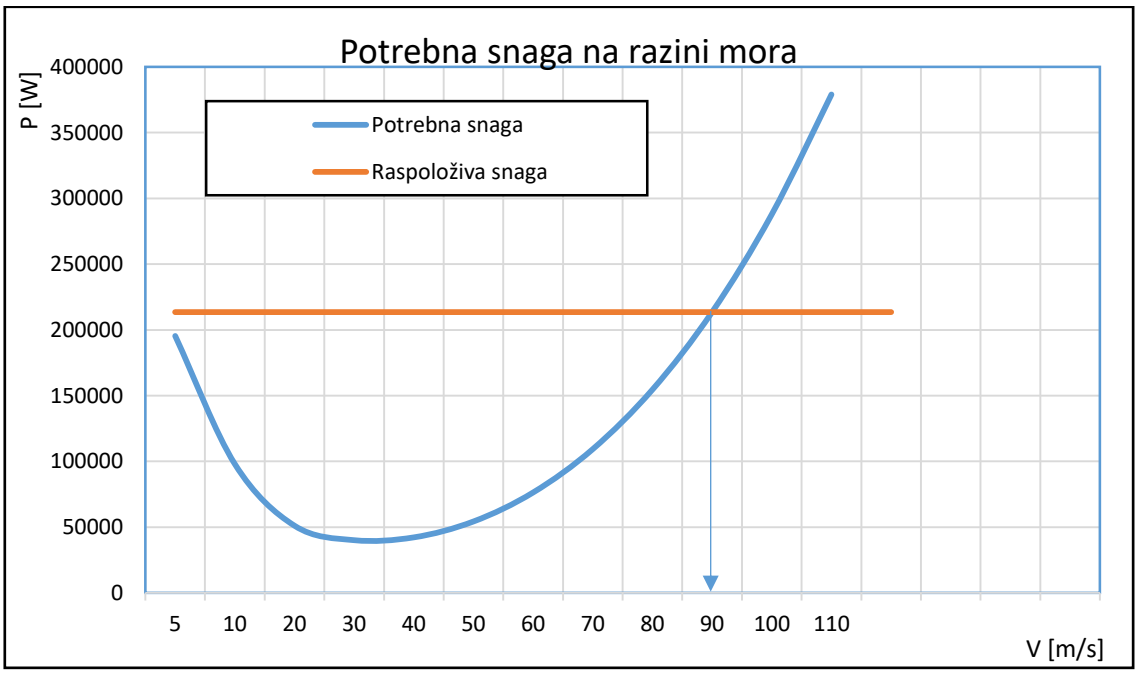
$$P_R = 0{,}2781\, V^3 + 976637.3437\, \frac{1}{V}$$

$$F_{TR} = 0.2781\, V^2 + 976637.3437\, \frac{1}{V^2}$$

Dobivene vrijednosti potrebne snage i potrebnog potiska za određeni raspon brzina prikazane su na grafikonu 1 i grafikonu 2.




**Grafikon 1.** Potreban potisak u ovisnosti o brzini




**Grafikon 2.** Potrebna snaga u ovisnosti o brzini

Na grafikonu 1 i grafikonu 2 vidljiva je promjena vrijednosti potrebne snage i potiska za zrakoplov u rasponu različitih brzina. Na grafikonu 2 moguće je odrediti i vrijednost maksimalne brzine zrakoplova na razini mora. Pomoću vrijednosti raspoložive snage na razini mora i njezinim izjednačavanjem s potrebnom snagom dobiva se vrijednost maksimalne brzine:

$$P_A = \eta \times 257266 = 0.83 \times 257266 = 213530.78\,W$$

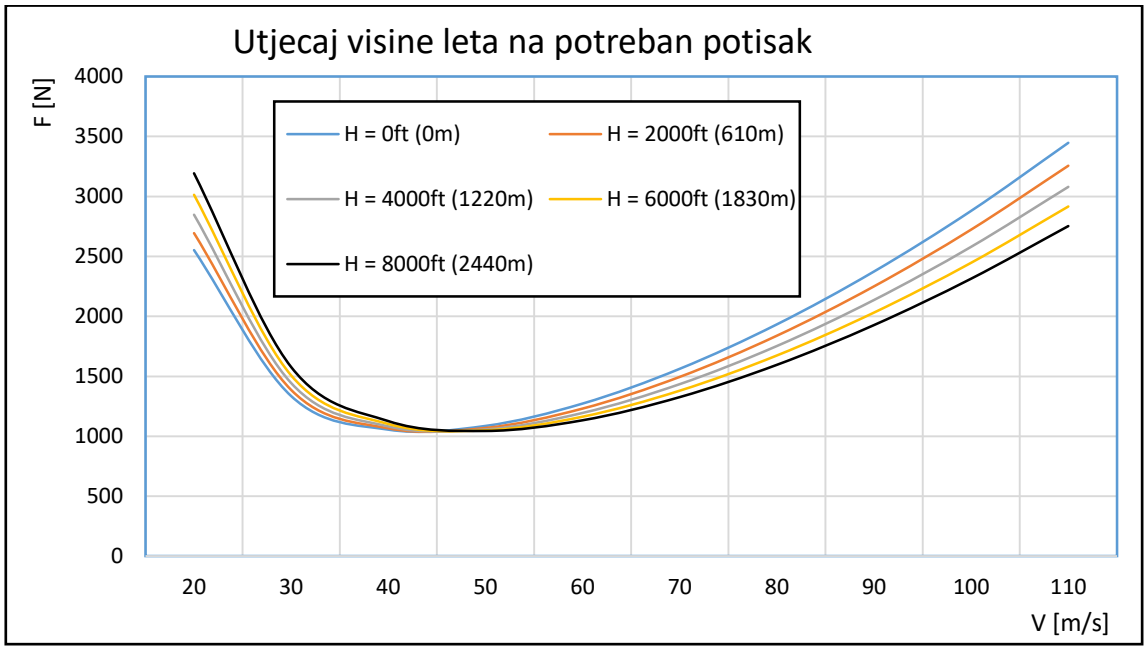
$$P_A = P_R = 0{,}2781\,V^3 + 976637.3437\,\frac{1}{V}$$

$$V_{max} = \sqrt[4]{767820V - 3511819{,}489} = 90\ \mathrm{m/s}$$

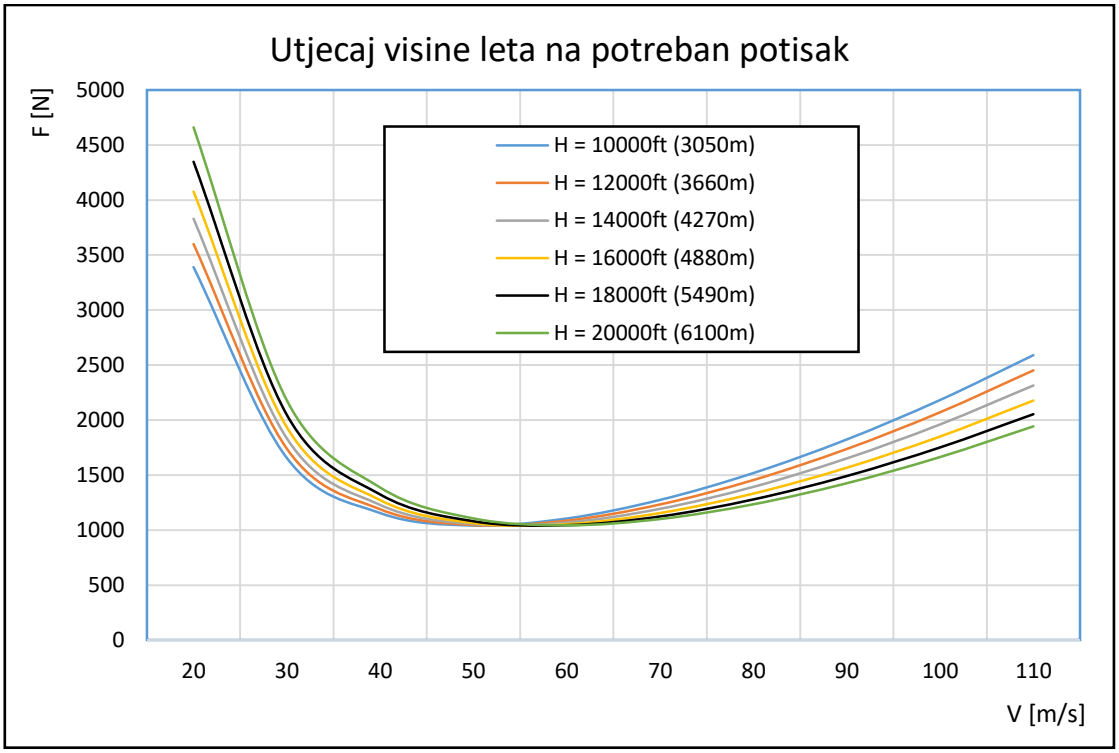
Minimalna brzina zrakoplova na razini mora, dobiva se iz sljedeće zavisnosti:

$$V_{min} = \sqrt{\frac{2F_G}{C_{Lmax}\rho S}} = \sqrt{\frac{2 \times 9.81 \times 1315}{1.8 \times 1.225 \times 16.8155}} = 26.37\ \mathrm{m/s}$$

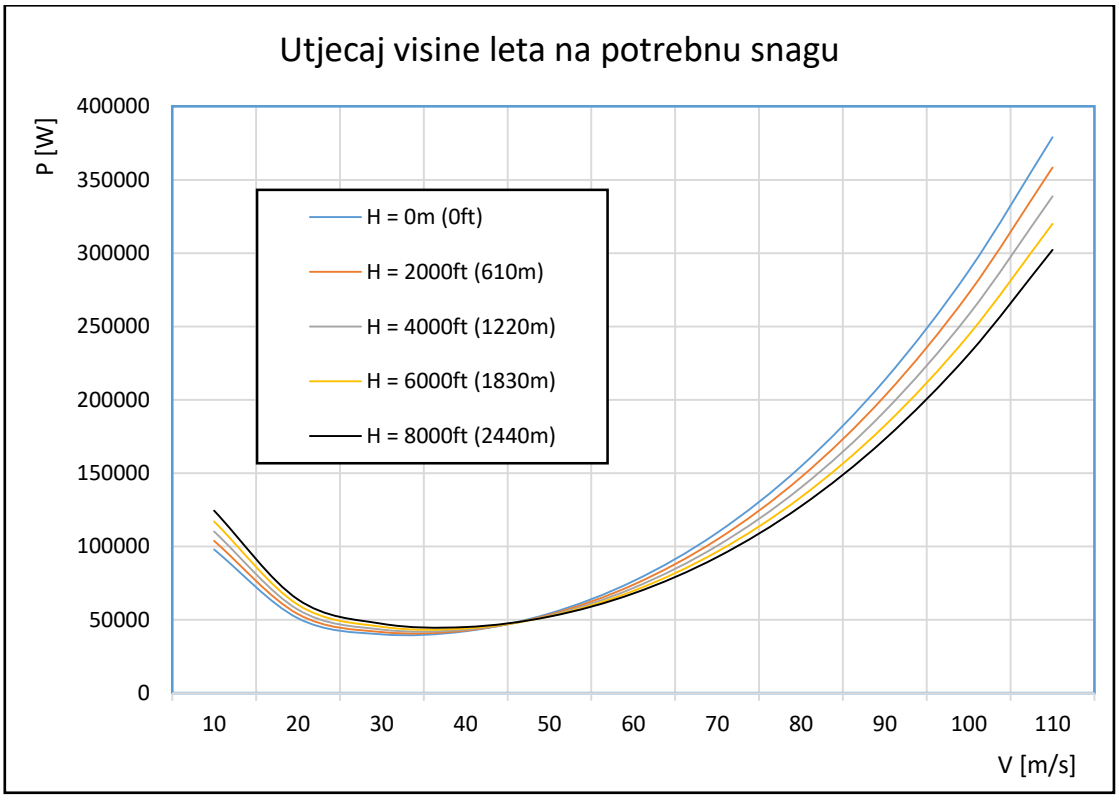
Poznato je da masa zrakoplova i visina na kojoj zrakoplov leti znatno utječe na potrebnu snagu i potreban potisak. Isto tako utječe na potrebnu snagu, međutim smatra se da se raspoloživa snaga mijenja proporcionalno gustoći s visinom. Vrijednosti potrebnog potiska u ovisnosti o promjeni visine prikazani su na grafikonu 3 i 4, a vrijednosti potrebne snage na grafikonu 5 i 6. Uzete su vrijednosti raspona visina od razine mora do apsolutnog vrhunca leta. Na grafikonima je vidljivo da se s povećanjem visine povećava ili smanjuje potrebna snaga i potisak u odnosu na brzinu leta.



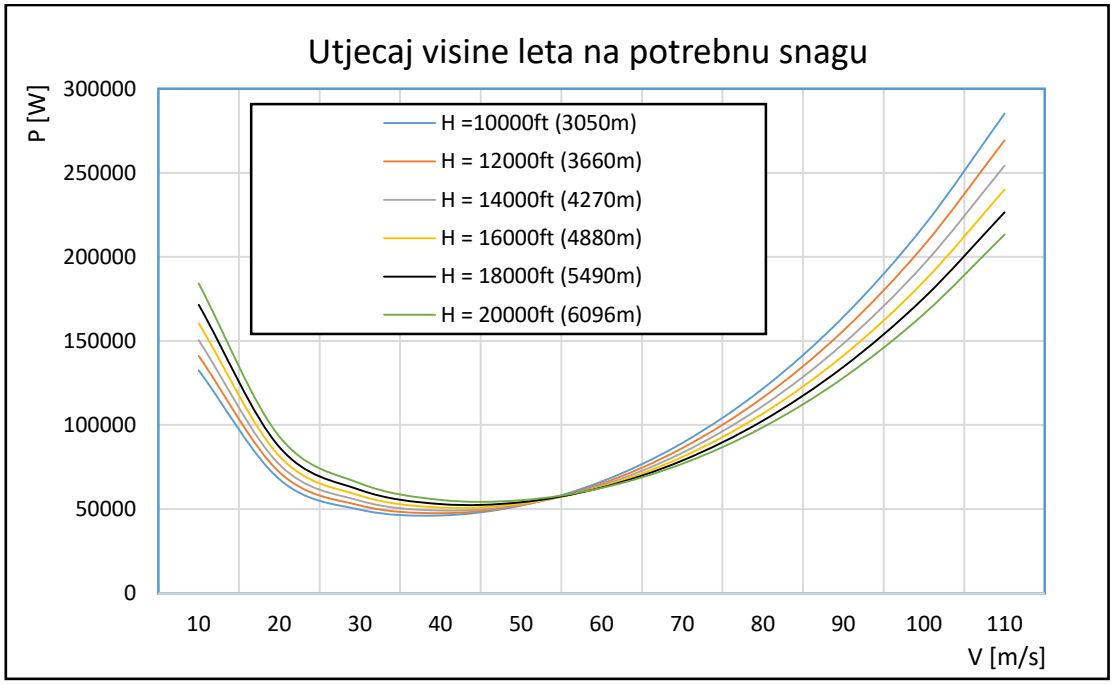

**Grafikon 3.** Potreban potisak u ovisnosti o visini leta (visine od razine mora do 6000 ft)




**Grafikon 4.** Potreban potisak u ovisnosti o visini leta (visine od 6000 ft do apsolutnog vrhunca leta)

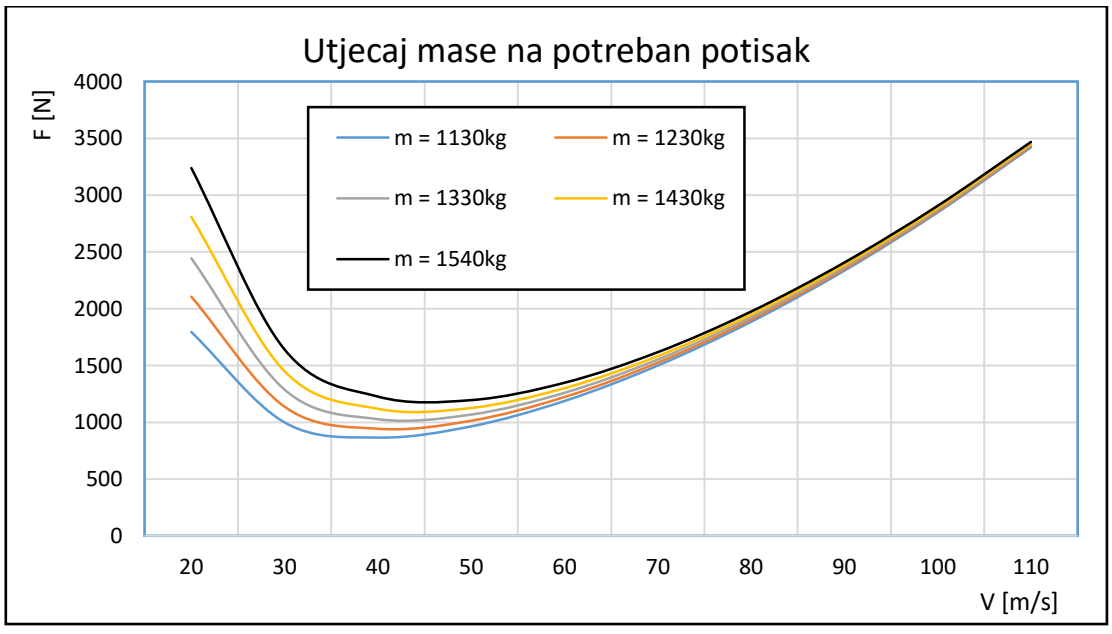



**Grafikon 5.** Potrebna snaga u ovisnosti o visini leta (visine od razine mora do 6000 ft)

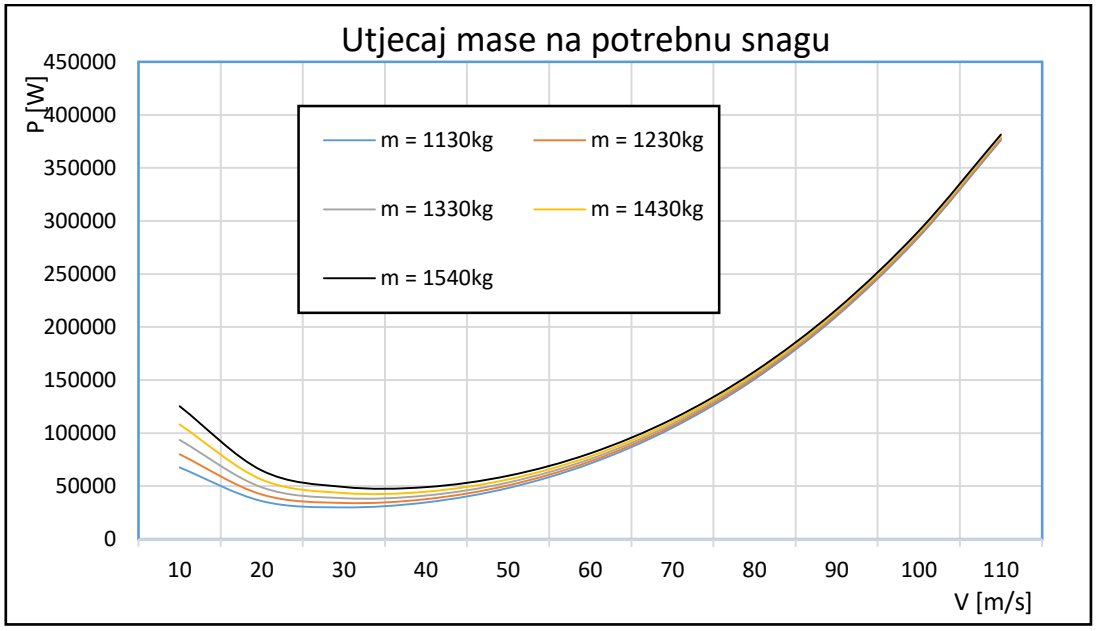



**Grafikon 6.** Potrebna snaga u ovisnosti o visini leta (visine od 6000 ft do apsolutnog vrhunca leta)

Utjecaj mase zrakoplova na potrebnu snagu i potisak, na razini mora, prikazan je na grafikonu 7 i 8. Proračunate su vrijednosti u rasponu od mase praznog zrakoplova do maksimalne mase polijetanja. Na grafikonima je vidljivo da se s povećanjem mase povećava potreban potisak i snaga. Shodno definiranim fizikalnim zavisnostima za dolet i istrajnost moguće je pomoću potrebne snage i potrebnog potiska odrediti potrebne parametre za izračun.

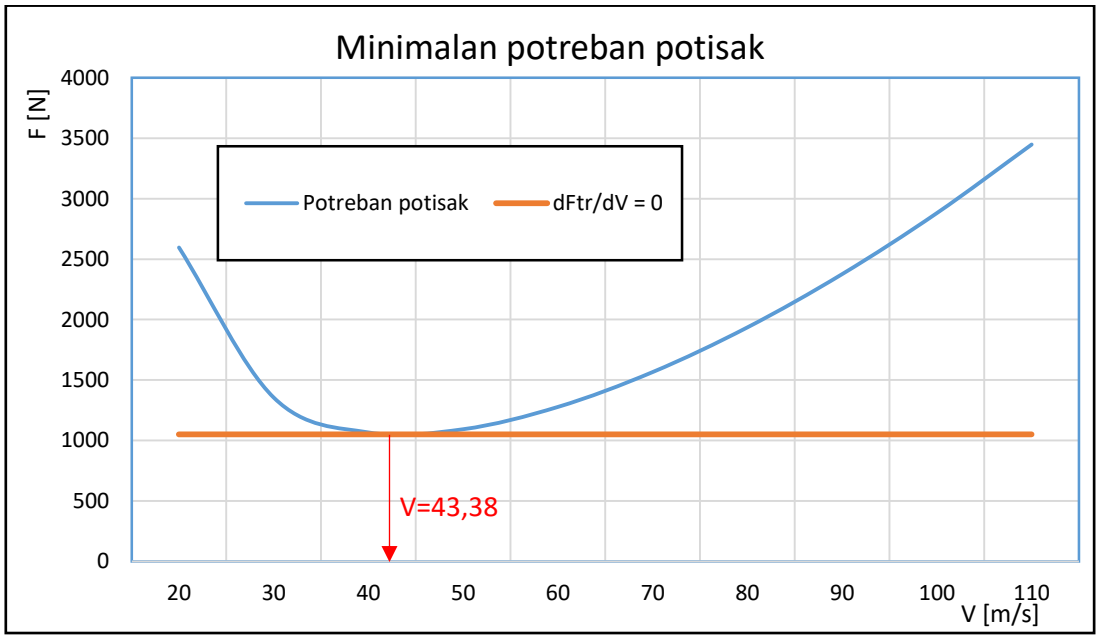



**Grafikon 7.** Potreban potisak u odnosu na masu zrakoplova

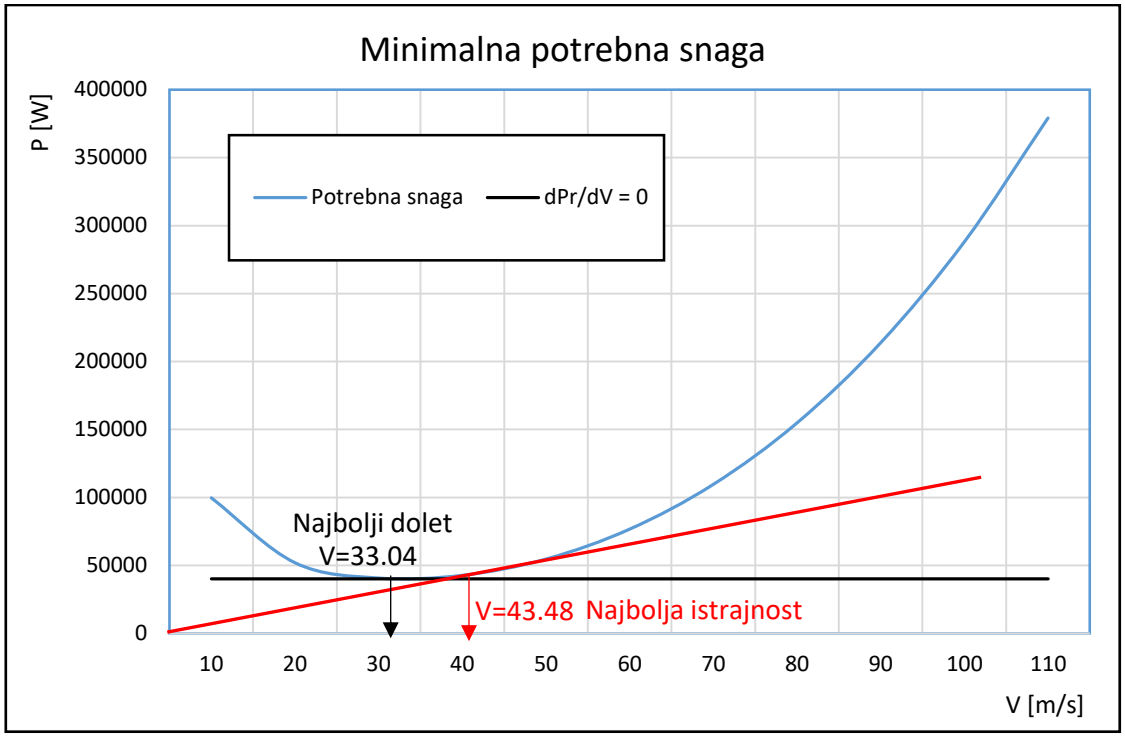



**Grafikon 8.** Potrebna snaga u odnosu na masu zrakoplova

Uvjet za najbolji dolet odgovara omjeru $(C_L/C_D)_{max}$, a uvjet za najbolju istrajnost odgovara omjeru $(C_L^{3/2}/C_D)_{max}$. Na grafikonu 9 prikazan je uvjet za najbolji dolet, a na grafikonu 10 za najbolju istrajnost te označenje brzine. Uvjet za najbolji dolet odgovara minimalnom potrebnom potisku, a za najbolju istrajnost minimalnoj potrebnoj snagi. Na grafikonima su prikazani uvjeti dobivanja minimalne snage i minimalnog potiska. Na grafikonu 10 vidljivo je da tangenta na krivulju odgovara uvjetu minimalnog doleta odnosno minimalnom potisku. U proračunima doleta, za određivanje koeficijenata uzgona i otpora bitna je zavisnost $C_{D,0} = C_{D,i}$, a u proračunima istrajnosti $C_{D,i} = 3C_{D,0}$.




**Grafikon 9.** Minimalan potreban potisak i uvjet za najbolji dolet




**Grafikon 10.** Minimalna potrebna snaga i uvjet za najbolju istrajnost

Shodno zavisnostima koeficijenata uzgona i otpora moguće je odrediti dolet i istrajnost za zrakoplova na razini mora s količinom goriva od 176 kg.

$$R = \frac{\eta}{c}\frac{C_L}{C_D}\ln\frac{m_0}{m_1} = \frac{0.83}{2.535\times10^{-4}}\frac{0.690}{0.054}ln\frac{1540}{1540-167} = 4802\ \text{km}$$

$$E = \frac{\eta}{cg^{3/2}}\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\sqrt{2\rho S}\left(\frac{1}{\sqrt{m_1}} - \frac{1}{\sqrt{m_0}}\right) =$$

$$= \frac{0.83}{2.535\times10^{-4}\times9.81^{\frac{3}{2}}}\frac{1.19^{3/2}}{0.108}\sqrt{2\times1.225\times16.8155}\left(\frac{1}{\sqrt{1540-167}}\frac{1}{\sqrt{1540}}\right)$$

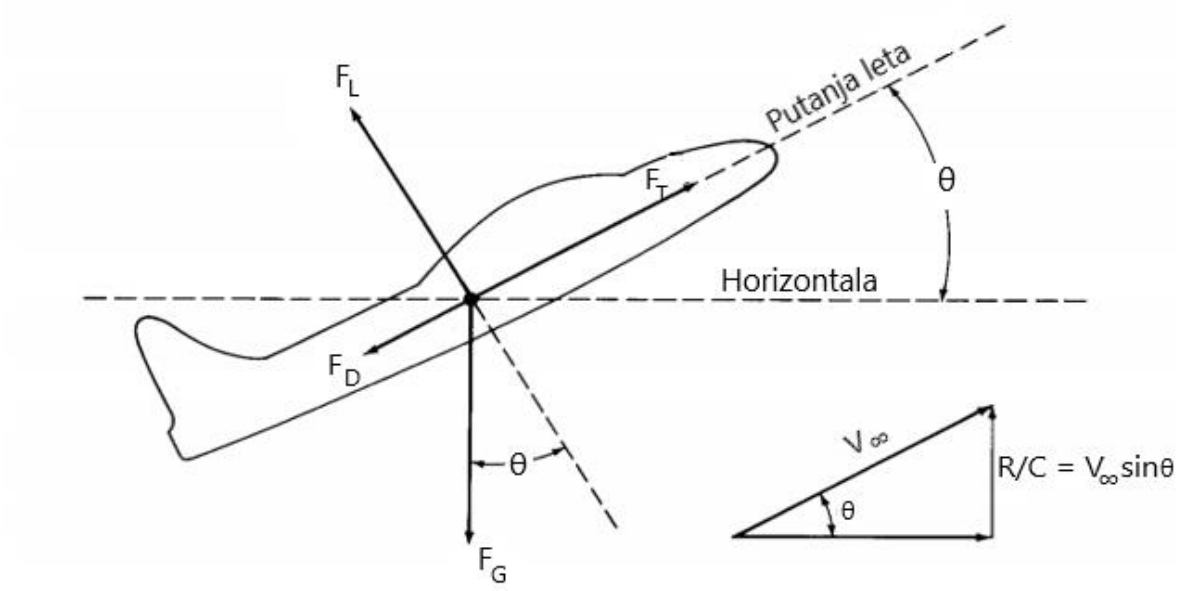
$$= 12.36\ \text{h}$$

# 5. Izračun performansi zrakoplova u penjanju

Temeljni izračuni performansi zrakoplova u penjanju omogućuju bitne podatke poput brzine kojom zrakoplov penje, udaljenost potrebna za penjanje do određene visine te koliko minuta treba da bi se zrakoplov popeo na potrebnu visinu. U režimu penjanja, od velikog značaja je pogonska grupa zrakoplova odnosno višak potiska koji ta grupa može ostvariti. U prethodnim poglavljima spomenute su određene karakteristike koje utječu na penjanje zrakoplova. Kroz poglavlje elemenata izračuna performansi, analizirat će se svi bitni utjecaji s aspekta fizikalnih zahtjeva te u konačnici grafički i tablično potkrijepiti analizirana problematika na primjeru zrakoplova Beechcarft Bonanza.

## 5.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u penjanju

U svrhu određivanja temeljnih zakona, smatra se zrakoplov u jednolikom penjućem letu. Na slici 14. prikazan je zrakoplov u penjućem, jednolikom letu, s aktivnim silama u takvom u režimu. Brzina u smjeru putanje leta je $V_\infty$, a sama putanja leta je postavljena pod kutem $\theta$ u odnosu na horizontalu. Također, na slici je prikazan trokut brzina pod kutem koji zrakoplov penje.




**Slika 14.** Shematski prikaz aktivnih sila na zrakoplovu u penjanju [1]

Kao što je poznato iz osnova aerodinamike, sila uzgona djeluje okomito na nadolazeću struju zraka, a sila otpora u smjeru iste. Sila gravitacije okomita je horizontalu, a smjer sile potiska se pretpostavlja poravnatom s putanjom leta. Stoga, potisna sila je potrebna u penjanju da bi savladala prisutan otpor, a s druge strane i podržala dodatnu komponentu sile gravitacije. Zbrajajući sile paralelne putanji leta (16) i okomite na putanju leta (17) dobivaju se sljedeće zavisnosti:

$$F_T = F_D + F_G \sin\theta \tag{16}$$

$$F_L = F_G \cos\theta \tag{17}$$

Iz jednadžbe (17) se može primjetiti da je sila uzgona manja od sile gravitacije upravo zbog dodatne komponente koja se pojavljuje u penjućem letu. Navedenie dvije jednadžbe predstavljaju zakone gibanja za jednoliki, pravocrtni penjući let. Kada se jednadžba (16) pomnoži s $V_\infty$ dobiva se sljedeća zavisnost:

$$\frac{F_T V_\infty - F_D V_\infty}{F_G} = V_\infty \sin\theta \tag{18}$$

Iz dobivene jednadžbe primjećuje se da desna strana jednadžbe $V_\infty \sin\theta$ predstavlja vertikalnu komponentu brzine zrakoplova kao što je prikazano na slici 10. Vertikalna komponenta brzine se naziva brzina uzdizanja (Rate of Climb) i označava se se s R/C. Konačna jednadžba brzine uzdizanja je sljedeća (19):

$$R/C = V_\infty \sin\theta \tag{19}$$

- $R/C$ – brzina uzdizanja (Rate of Climb),
- $V_\infty$ - brzina penjanja (Climb Speed),
- $\theta$ – kut penjanja.

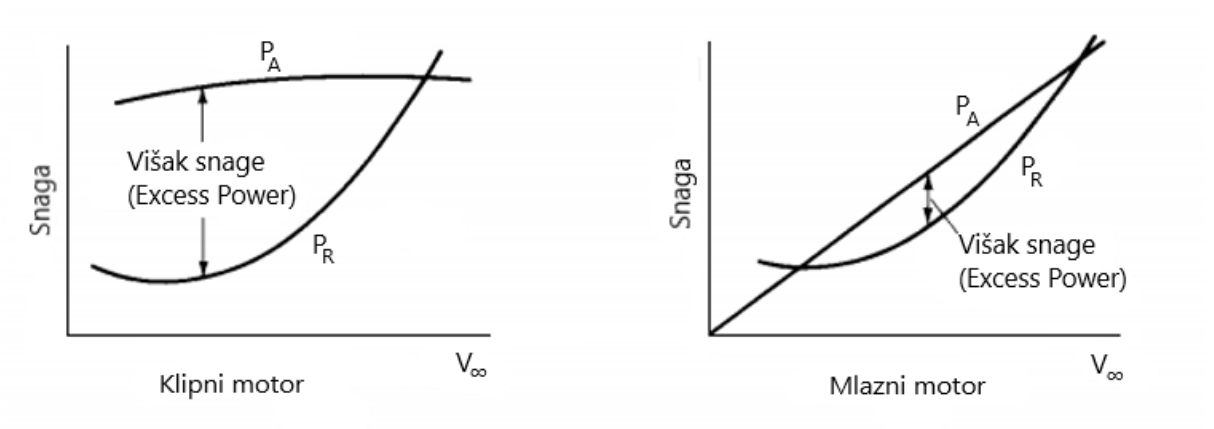
Na lijevoj strani jednadžbe (18) parametar $F_T V_\infty$ predstavlja raspoloživu snagu pogonske grupe zrakoplova, koja je prikazana za dvije vrste pogonske grupe na slici 5. u 3. poglavlju. Drugi parametar s lijeve strane jednadžbe $F_D V_\infty$ predstavlja potrebnu snagu zrakoplova za određeni režim. U penjućem letu parametar $F_D V_\infty$ više ne predstavlja precizno potrebnu snagu, iz razloga što se dio snage mora aplicirati u svrhu svladavanja komponente sile gravitacije. Međutim, za manje kuteve penjanja $\theta < 20°$, može se zanemariti ta činjenica. Kombinirajući jednadžbu (19) i (18) dobiva se sljedeća zavisnost (20):

$$R/C = \frac{P_A - P_R}{F_G} \tag{20}$$

- $P_A$ - raspoloživa snaga ($F_T V_\infty$),
- $P_R$ – potrebna snaga ($F_D V_\infty$).

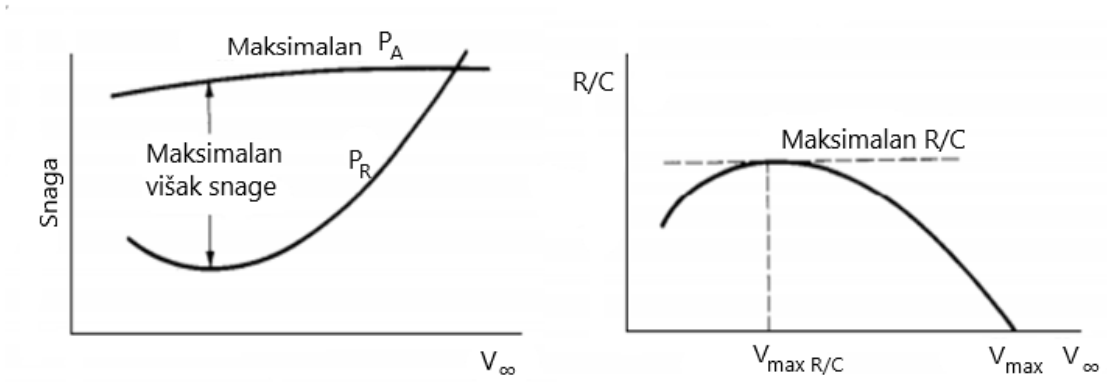
Razlika raspoložive snage ($P_A$) i potrebne snage ($P_R$) nazive se viškom potiska (Excess Power). Važno je napomenuti, da vrijednosti otpora i uzgona nisu jednake u horizontalnom i penjućem letu. S obzirom da uzgon mora biti manji od težine u penjućem letu, inducirani otpor će biti shodno tome i ukupni otpor će biti manje u usporedbi s horizontalnim letom. Pri istoj vrijednosti brzine i visine, otpor u horizontalnom letu će biti veći nego u penjućem. Grafički prikaz viška snage za mlazn i klipne motore prikazan je na slici 15. Vrijednost viška potiska je

drugačija za različite vrijednosti $V_\infty$. Štoviše, za obe pogonske skupine postoji brzina $V_\infty$ pri kojoj je višak potiska maksimalan. U toj točki, brzina uzdizanja (R/C) biti će maksimalna.



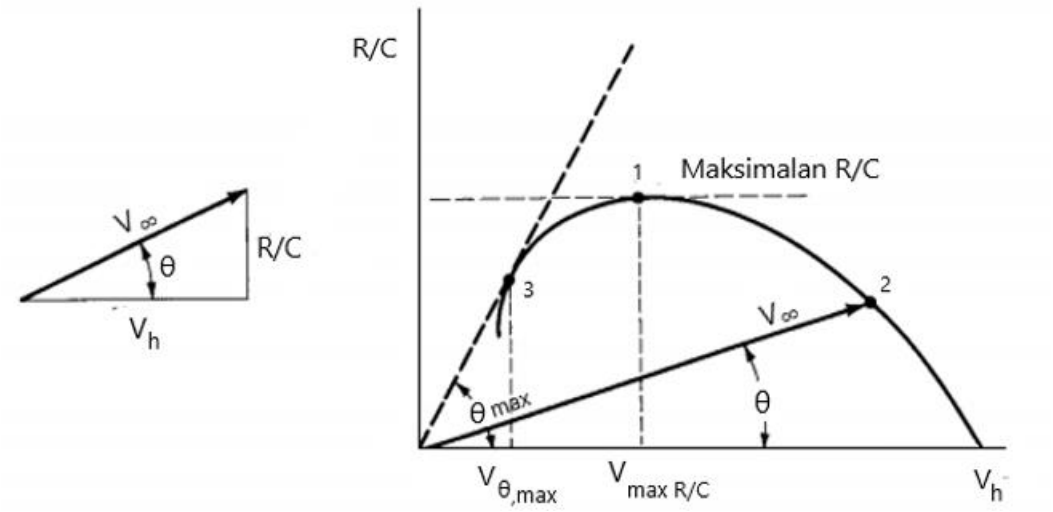

**Slika 15.** Grafički prikaz viška potiska za klipne i mlazne motore [1]

Konvencionalna grafička metoda određivanja maksimalne brzine uzdizanja je graf brzine uzdizanja u odnosu na brzinu zrakoplova. Grafički prikaz određivanja prikazan je na slici 16. Horizontalna tangentna definira točku maksimalne brzine uzdizanja. Dakle područje gdje je najveći višak potiska smatra se najvećom brzinom uzidanja.




**Slika 16.** Grafički prikaz određivanja maksimalne brzine uzdizanja [1]

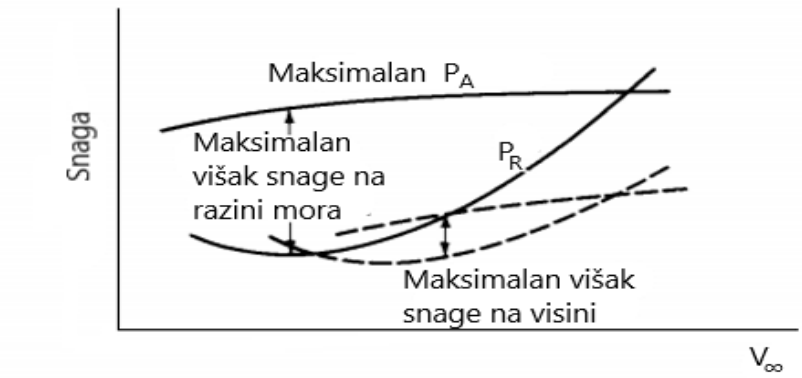
Štoviše, uz konvencionalnu grafičku metodu koristi se i metoda hodografa penjanja. Hodograf predstavlja graf vertikalnu brzine (R/C) zrakoplova u odnosu na njegovu horizontalnu ($V_h$). Tipični izgled hodografa penjanja prikazan je na slici 17.




**Slika 17.** Hodograf penjanja zrakoplova pri određenoj visini [1]

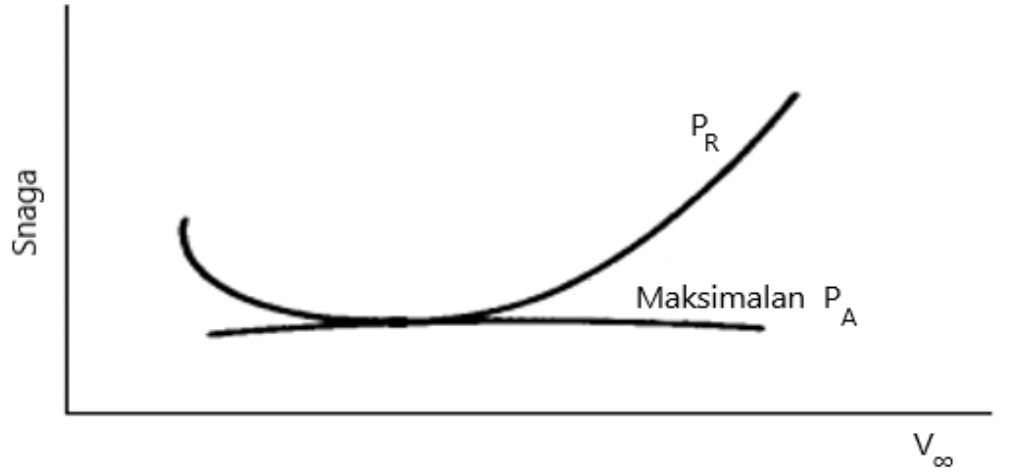
S obzirom da je vertikalna brzina definirana kao R/C, tangetna na hodograf predstavlja maksimalnu brzinu uzdizanja. Bilo koja povučena linija iz ishodišta koja siječe graf (za primjer točka broj 2 na grafu na slici) predstavlja krivulju R/C/$V_h$ pa stoga takva linija, shodno geometriji komponenti brzina, predstavlja određeni kut penjanja $(\theta)$ u odnsu na horizontalnu os. Duljina linije jednaka je $V_\infty$ što znači kada se navedena linija rotira suprotno smjeru kazaljke na satu, brzina uzdizanja se prvotno povećava, zatim prolazi kroz maksimalnu vrijednost te se smanjuje. Rotiranjem linije suprotno smjeru kazaljke na satu, u jednom trenutku linija tangira hodograf (točka 3 na slici). Tangenta na hodograf penjanja predstavlja maksimalan kut penjanja pri kojem zrakoplov može održavati jednoliki let. Maksimalna brzina uzdizanja ne odgovara maksimalnom kutu penjanja.

Utjecaj raspoložive i potrebne snage objašnjen je u poglavlju 4, a shodno analizi definirat će se apsolutni i praktični vrhunac zrakoplva. Kako se visina povećava, maksimalan višak snage će se smanjiti kao što je prikazano na slici 18. Povećanjem visine smanjuje se R/C.




**Slika 18.** Grafički prikaz promjene snage s visinom

Postoji određena visina za zrakoplov na kojoj krivulja raspoložive snage tangira krivulju potrebne snage. Primjer gdje linija raspoložive snage tangira liniju potrebne snage prikazana je na slici 19. U toj točki postoji teoretski jedna brzina pri kojoj je moguć horizontalan let. S obzirom da u toj točki ne postoji višak snage, brzina uzdizanja jednaka je nuli. Visina pri kojoj je maksimalna brzina uzdizanja jednaka nuli definira je kao apsolutni vrhunac (plafon) leta zrakoplova (Absolute Ceiling). Više koristan parametar je praktični vrhunac leta (Service Ceiling) koji predstavlja visinu pri kojoj je maksimalna brzina uzdizanja R/C = 100 ft/min.




**Slika 19.** Grafički prikaz raspoložive i potrebne snage u trenutku vrhunca leta

Jedan od bitnih parametara u izračunu performansi zrakoplova prilikom penjanja, koji je ujedno i bitan parametar sa stajališta dizajna, je potrebno vrijeme penjanja. Izračun potrebnog vremena temelji se na prethodno analiziranim parametrima u režimu penjanju. S obzirom da brzina općenito predstavlja promjenu udaljenosti u vremenu, u penjanju visina predstavlja udaljenost. Prema tome, potrebno vrijeme penjanja prezentirano je sljedećom zavisnošću:

$$t = \int_{h0}^{h2} \frac{dh}{R/C} \tag{21}$$

- $t$ – potrebno vrijeme penjanja zrakoplova,
- $h2$ – visina do koje zrakoplov penje,
- $h0$ – visina od koje zrakoplov penje (uzima se razina mora),
- $dh$ - malo povećanje visine u povećanom vremenu.

## 5.2. Grafički i tablični prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza

U primjeru je prikazan izračun maksimalne brzine uzdizanja i maksimalni kut penjanja za maksimalnu masu polijetanja zrakoplova od 1540 kg na razini mora.

Potrebno je definirati zavisnost potrebne snage u ovisnosti o brzini za definiranu masu i visinu.

$$P_R = 0.2781V^3 + 1250838.025\,\frac{1}{V}$$

Uz poznatu raspoloživu snagu od 213530.78 W na razini mora, brzina uzdizanja ima sljedeću zavisnost:

$$R/C = \frac{213530.78\ -\ 0.2781V^3 + 1250838.025\,\frac{1}{V}}{1540\ \times 9.81}$$

Deriviranjem zavisnosti brzine uzdizanja po brzini i izjednačavanjem s nulom dobiva se vrijednost brzine za maksimalnu brzinu uzdizanja.

$$\frac{d(R/C)}{dV} = -0.8523V^2 + 1250838.025\frac{1}{V^2} = 0$$

$$0.8523V^4 = 1250838.025$$

$$V = \sqrt[4]{1515616.17} = 35.087\ \mathrm{m/s}$$

Nakon određivanja brzine potrebno je odrediti maksimalnu brzinu uzdizanja za dobiveni rezultat.

$$R/C = \frac{213530.78\ -\ 0.2781 \times 35.087^3 + 1250838.025\,\frac{1}{35.087}}{1540\ \times 9.81} = 10.989\ \mathrm{m/s}$$

Prilikom određivanja brzine za maksimalni kut penjanja potrebno je zavisnost jednadžbe za brzinu uzdizanja podijeliti s brzinom, a zatim derivirati po brzini i izjednačiti s nulom.

$$\frac{R/C}{V} = \frac{14.13}{V}\ 1.82 \times 10^{-5}V^2 - 82.79\frac{1}{V^2}$$

$$\frac{d(\frac{RC}{V})}{dV} = -14.13V^2 - 3.64 \times 10^{-5}V + 165.56\frac{1}{V^3} = 0$$

$$3.64 \times 10^{-5}V^4 = 165.56 - 14.13V$$

$$V = \sqrt[4]{4548901.1 - 388186.8132V}$$

Brzinu za maksimalan kut penjanja moguće je odrediti pomoću izračunate zavisnosti metodom iteracije.

**Tablica 2.** Metoda određivanja brzine maksimalnog kuta penjanja

| i | $V_i$ | $V_{i+1}$ |
|---|---|---|
| **1** | 9 | 32.05 |
| **2** | 10 | 28.578 |
| **3** | 11 | 22.979 |
| **4** | 11.34 | 19.576 |
| **5** | 11.67 | 11.703 |

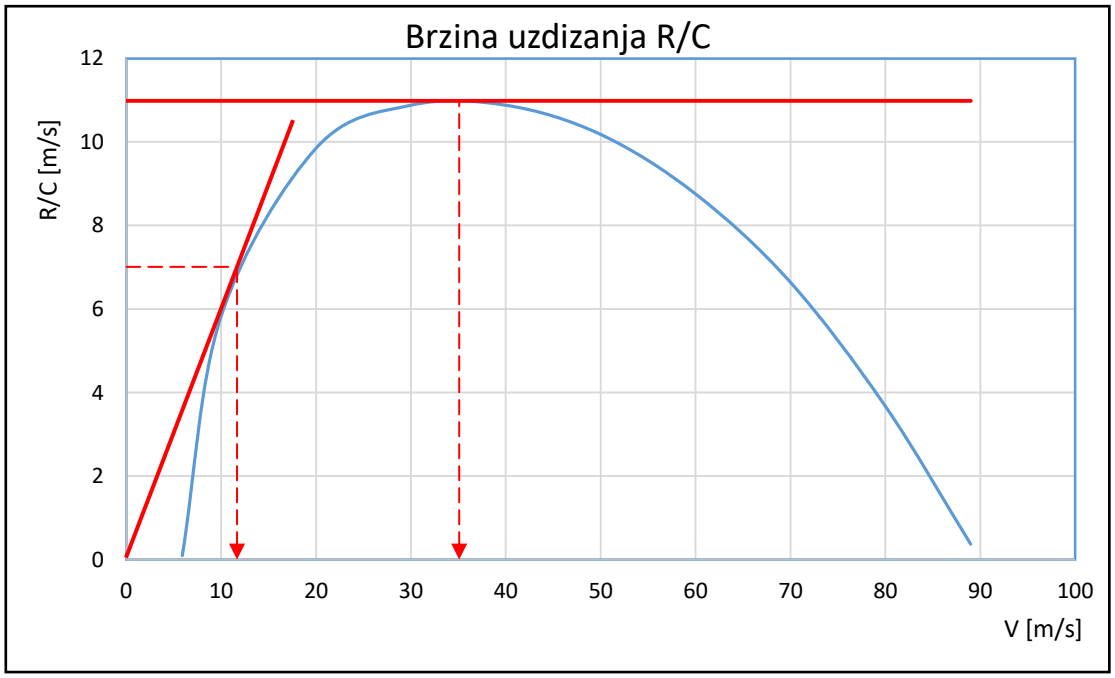
$$V = 11.67 \text{ m/s}$$

Nakon definiranje brzine za maksimalan kut, moguće je odrediti brzinu uzdizanja te vrijednost maksimalnog kuta penjanja.

$$(R/C)_{\theta max} = \frac{213530.78 \ - \ 0.2781 \times 11.67^3 + 1250838.025 \ \frac{1}{11.67}}{1540 \ \times 9.81} = 7.010 \text{ m/s}$$

$$\theta_{max} = \ arc \sin \frac{7.010}{11.67} = 36.91^{\circ}$$

Na grafikonu 11 prikazano je da tangenta iz ishodišta na krivulju odgovara maksimalnom kutu penjanja, dok vrijednost maksimalne brzine uzdizanja odgovara tangenti koja dodiruje vrh krivulje brzine uzdizanja u ovisnosti o brzini. Nakon dobivenih podataka jasno je da maksimalna brzina uzdizanja ne odgovara maksimalnom kutu penjanja.



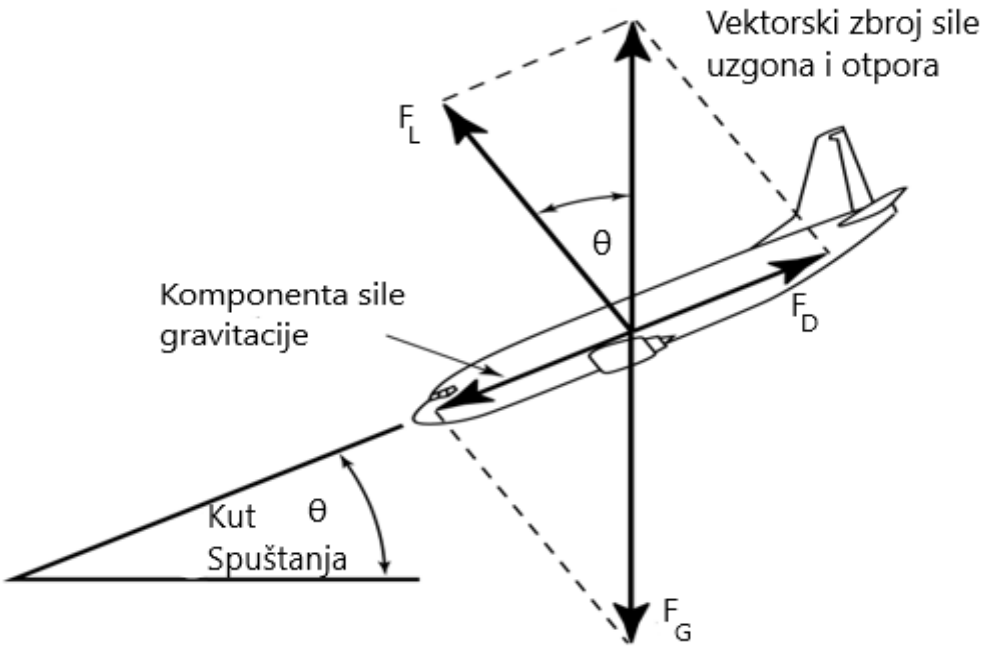

**Grafikon 11.** Prikaz maksimalnog *R/C* i *R/C* za maksimalan kut penjanja

# 6. Izračun performansi zrakoplova u spuštanju

Performanse zrakoplova u jednolikom pravocrtnom spuštanju očituju se u izračunu brzine snižavanja, potrebnoj duljini u odnosu na Zemlju i potrebnom vremenu spuštanja s neke određene visine. U režimu spuštanja postoje dvije vrste spuštanja, a to su spuštanje s potiskom i bez potiska (jedrenje). Kroz elemente izračuna performansi zrakoplova, definirat će se specifične fizikalne zavisnosti i spomenuti određeni utjecaji na parametre spuštanja, a u konačnici prezentirati vrijednosti (grafički i tablički) na primjeru zrakoplova.

## 6.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u spuštanju

Spuštanje zrakoplova može se izvoditi s potisnom silom i bez potisne sile (jedrenje). Ukoliko se koristi potisna sila (snaga), postavlja se na specifičan režim rada u svrhu spuštanja na određenu visinu u određenom vremenu te na određenoj udaljenosti u odnosu na Zemlju. Aktivne sile prisutne na zrakoplovu prilikom spuštanja, bez snage odnosno potisne sile, prikazane su na slici 20.




**Slika 20.** Aktivne sile na zrakoplovu tijekom spuštanja – jedrenja [4]

Analizom aktivnih sila, postavlja se jednakost sila paralelnih s putanjom leta (22) i jednakost sila okomitih na putanju leta (23). Sljedeće zavisnosti vrijede za spuštanje – jedrenje, dok se u spuštanju sa snagom dodaje još potisna sila u jednakosti sila paralelenih s putanjom leta.

$$F_D = F_G \sin\theta \tag{22}$$

$$F_L = F_G \cos\theta \tag{23}$$

Dijeljenjem jednadžbe (22) s jednadžbom (23) dobiva se formula za određivanje kuta spuštanja shodno silama paralelnim i okomitim na putanju leta:

$$\tan\theta = \frac{1}{\frac{F_L}{F_D}} \tag{24}$$

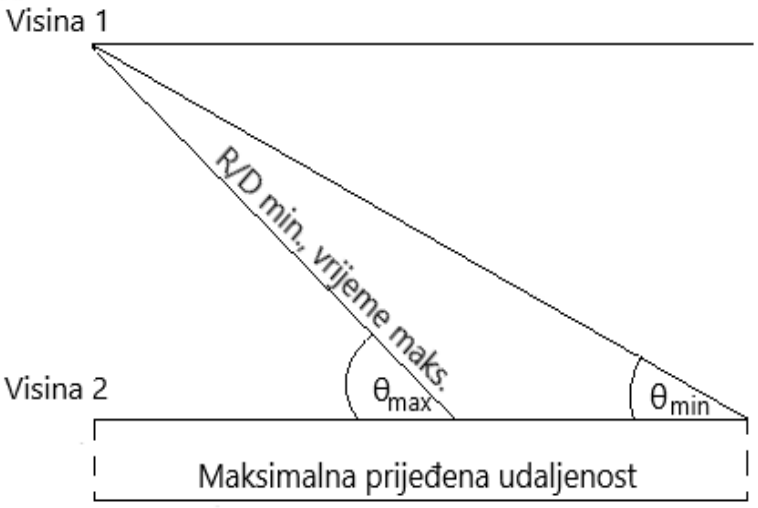
- $\theta$ – kut spuštanja.

Iz formule (24) uočljivo je da kut spuštanja (jedrenja) ovisi o omjeru sile uzgona i otpora (finesi zrakoplova). Što je veća vrijednost omjera sile uzgona i otpora, kut spuštanja će biti manji.

U slučaju spuštanja sa snagom, odnosno silom potiska, aktivnim silama paralelenim s putanjom leta dodaje se sila potiska ($F_D = F_G \sin\theta + F_T$). Aktivne sile okomite na putanju leta ostaju iste kao i u spuštanjom bez snage – jedrenju. Iz jednadžbe aktivnih sila paralelnih s putanjom leta dobiva se sljedeća ovisnost kuta spuštanja:

$$\sin\theta = \frac{F_D - F_T}{F_G} \tag{25}$$

Slično kao kod penjanja, u spuštanju se definira brzina snižavanja/propadanja R/D (Rate of Descent). Brzina snižavanja jednaka je umnošku brzine spuštanja $V$ i sinusu kuta spuštanja θ ($R/D = V\sin\theta$). Minimalna brzina snižavanja odgovara maksimalnom kutu spuštanja. Na slici 21. prikazane su ovisnosti brzine snižavanja, vremena spuštanja i prijeđene udaljenosti.




**Slika 21.** Ovisnosti brzine snižavanja, vremena i prijeđene udaljenosti

Prilikom minimalne brzine snižavanja, zrakoplovu treba najviše vremena da bi spustio na određenu visinu, a s druge strane potrebnu mu je najmanje vremena kada spušta s najvećom brzinom snižavanja.

Vrijeme spuštanja bitan je parametar u izračunu performansi zrakoplova. Potrebno je znati koliko zrakoplovu treba vremena da bi spustio na određenu visinu, s odabranim režimom rada motora ili u režimu jedrenja. Vrijeme spuštanja definira se sljedećom formulom:

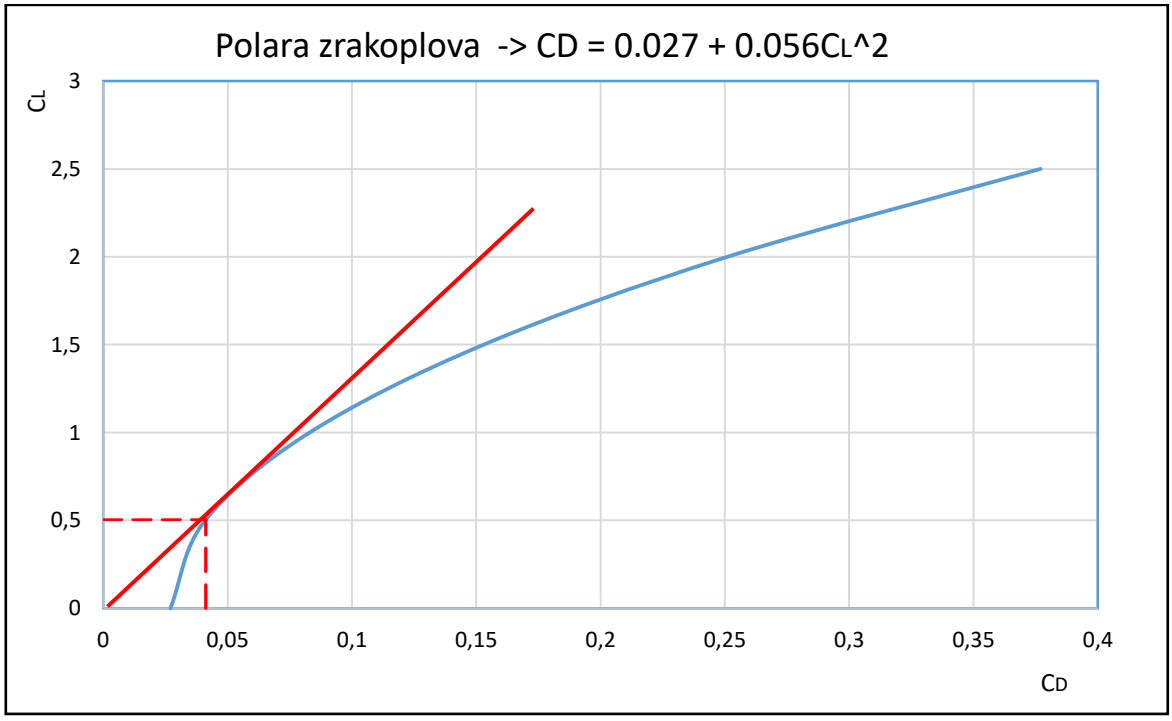
$$t = \frac{H_1 - H_2}{\frac{R}{D}} = \frac{\Delta H}{\frac{R}{D}} \tag{26}$$

- $t$ – vrijeme spuštanja zrakoplova,
- $H_1$ – visina s koje zrakoplov započinje spuštanje,
- $H_2$ – visina na kojoj zrakoplov završava spuštanje,
- $R/D$ – brzina snižavanja zrakoplova.

## 6.2. Prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza

Kroz primjer će biti prikazan izračun minimalnog kuta planiranja i doleta s visine od 10000 ft (3050 m) zrakoplova Beechcraft Bonanza. Također, biti će prikazan izračun brzina koje odgovaraju najboljem doletu zrakoplova za mase 1130 kg i 1540 kg na razini mora.

Bitan podatak prilikom izračuna podataka za režim jedrenja (planiranja) je polara zrakoplova. Na grafikonu 12 prikazana je polara zrakoplova Beechcraft Bonanza: $C_D = 0.027 + 0.056C_L^2$. Na grafikonu je vidljivo da tangenta iz ishodišta odgovara najboljem omjeru koeficijenta uzgona i otpora – finesi zrakoplova.




**Grafikon 12.** Polara zrakoplova Beechcraft Bonanza

Minimalni kut planiranja izračunava se pomoću sljedeće zavisnosti:

$$\theta_{min} = arctg\ (\frac{C_D}{C_L})_{min} = arctg\ \left(\frac{0.041}{0.504}\right) = 4.65^{\circ}$$

Potrebno je odrediti minimalni omjer koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona. Navedeni omjer dobiva se deriviranjem polare zrakoplova po koeficijentu uzgona i izjednačavanjem s nulom.

$$\frac{d}{dC_L}(\frac{C_D}{C_L})_{min} = \frac{0.112C_L^2 - 0.027 - 0.056C_L^2}{C_L^2} = 0$$

$$0.1064C_L^2 = 0.027$$

$$C_L = \sqrt[4]{0.254} = 0.504$$

$$C_D = 0.027 + 0.056C_L^2 = 0.041$$

Najbolji dolet moguće je odrediti umnoškom finese zrakoplova i visine na kojoj se zrakoplov nalazi:

$$R = H \times f = 3050 \times 12.92 = 37492.68\ \text{m}$$

Prilikom određivanja brzine propadanja potrebno je definirati njene zavisnosti u ovisnosti o brzini i kutu spuštanja. Brzina i kut spuštanja imaju sljedeću zavisnost:

$$V = \sqrt{\frac{2F_G}{\rho S}}\ \frac{1}{(C_L^2 + C_D^2)^2}$$

$$\sin\theta = \frac{C_D}{(C_L^2 + C_D^2)^{1/2}}$$

S obzirom na to da je u spuštanju $C_L > C_D$, a $C_L^2 \gg C_D^2$ može se aproksimirati da je $C_L^2 \gg C_D^2 = C_L^2$. Prema jednadžbi za brzinu propadanja, uvrštavanjem izraza za brzinu i kut spuštanja dobiva se sljedeća jednadžba određivanja brzine propadanja:

$$R/D = \frac{C_D}{C_L^{3/2}}\sqrt{\frac{2F_G}{\rho S}}$$

Brzina propadanja za najbolji dolet dobiva se uz minimalni omjer ($C_D/C_L^{3/2}$). Kako bi se odredili koeficijenti uzgona i otpora za minimalnu brzinu propadanja potrebno je polaru zrakoplova derivirati po $C_L^{3/2}$ i izjednačiti s nulom.

$$\frac{d}{dC_L}\left(\frac{C_D}{C_L^{3/2}}\right)_{min} = \frac{0.112C_L^{5/2} - 0.0405C_L^{1/2} - 0.084^{5/2}}{C_L^3} = 0$$

$$0.112C_L^{5/2} - 0.0405C_L^{1/2} - 0.084^{5/2} = 0$$

$$C_L^2 = \frac{0.0405}{0.112 - 0.084} = \sqrt{1.446} = 1.202$$

$$C_D = 0.027 + 0.056C_L^2 = 0.108$$

Uvrštavanjem koeficijenata uzgona i otpora brzina propadanja ima sljedeću zavisnost:

$$R/D = \frac{C_D}{C_L^{3/2}} \sqrt{\frac{2F_G}{\rho S}} = 0.0249\sqrt{F_G}$$

$$m = 1130\ \text{kg} \ \rightarrow \ \text{R/D} = 0.0249\sqrt{1130 \times 9.81} = 2.62\ \text{m/s}$$

$$m = 1540\ kg \ \rightarrow \ \text{R/D} = 0.0249\sqrt{1540 \times 9.81} = 3.06\ \text{m/s}$$

# 7. Izračun performansi zrakoplova u polijetanju

U režimu polijetanja, performanse se očituju u pogledu s kojom brzinom se zrakoplov odvaja od uzletno-sletne staze i kolika udaljenost mu je potrebna da bi izvršio polijetanje. Kroz elemente izračuna performansi, analizirat će se temeljna fizikalna saznanja i načini izračuna bitnih parametara u funkciji performansi zrakoplova. U konačnici, na primjeru zrakoplova Beechraft Bonanza, prezentirat će se vrijednosti dobivenih podataka za režim polijetanja.

## 7.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u polijetanju

Kao početak razmatranja problematike, postavlja se pitanje kolika je potrebna dužina zatrčavanja (Ground Roll) zrakoplova do brzine polijetanja. Za početak, promatrat će se ubrzano pravocrtno gibanje tijela određene mase m pod utjecajem konstantne sile *F*. Temelj određivanja potrebne dužine je drugi Newton-ov zakon. Pretpostavlja se da tijelo iz mirovanja (brzina *V* je 0) na udaljenosti *s* = 0 i u vremenu *t* = 0 ubrzava do brzine *V* na udaljenosti s u vremenu *t*. Integriranjem ovisnosti drugog Newton-ovog zakon dobiva se formula za određivanje udaljenosti s za tijela mase m koje ubrzava do brzine *V* pod utjecajem konstante sile *F*. Ovisnosti su prikazane u formuli:

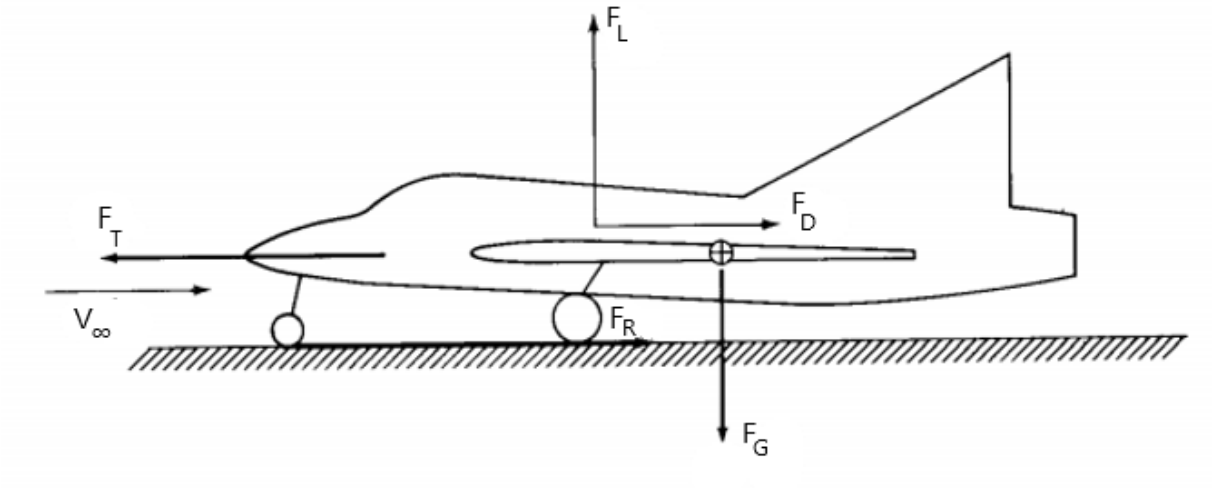
$$s = \frac{V^2 m}{2F} \tag{27}$$

- *s* – udaljenost koju prijeđe tijelo mase m,
- *V* – brzina kojom se giba promatrano tijelo,
- *m* – masa promatranog tijela,
- *F* – sila određenog inteziteta koja djeluje na promatrano tijelo mase m.

Nakon definirana temelja izračuna potrebne udaljenosti tijela mase m, promatrat će se utjecaj sila na zrakoplov tijekom zatrčavanja. Uz spomenute glavne sile koje djeluju na zrakoplov, također aktivna je i sila otpora $F_R$ kao posljedica trenja kotrljanja između kotača i staze. Na slici 22. prikazan je dijagram sila koje djeluju na zrakoplov prilikom zatrčavanja. Zavisnost sile otpora dana je formulom:

$$F_R = \mu\,(F_G - F_L) \tag{28}$$

- $F_R$ – sila trenja,
- μ – koeficijent trenja (bezdimenzionalna veličina, određuje se eksperimentalno).




**Slika 22.** Aktivne sile na zrakoplovu tijekom zatrčavanja [1]

Razlika $F_G - F_L$ je normalna sila koja je prisutna između kotača i podloge i još se označava kao $F_N$ (normalna sila). Zbrajajući sve sile paralelne s podlogom te implementirajući ih u drugi Newtonov zakon dobiva se sljedeća zavisnost:

$$F_T - F_D - \mu\,(F_G - F_L) = m\,\frac{dV}{dt} \tag{29}$$

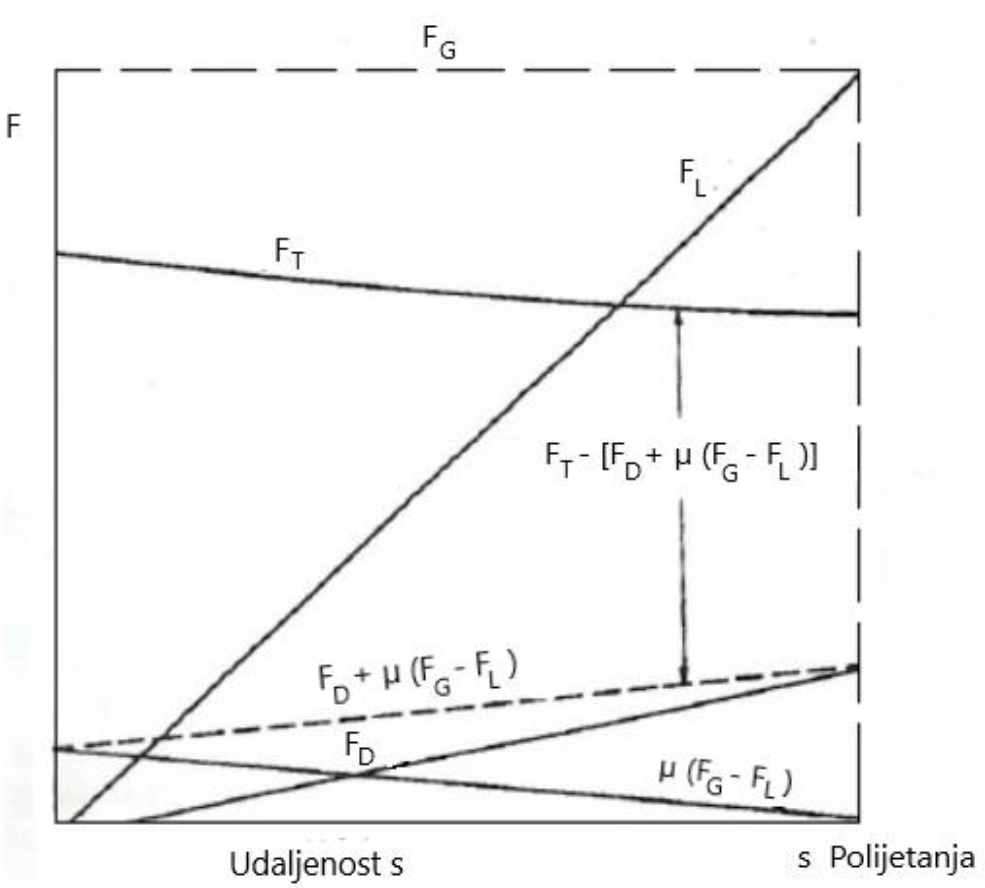
- $m$ – masa promatranog tijela (zrakoplova),
- $\frac{dV}{dt}$ – promjena brzine u vremenu.

Jednadžba predstavlja trenutno ubrzanje zrakoplova, odnosno promjenu brzine u vremenu kao funkciju potisne sile, sile otpora, gravitacije i sile uzgona. Tijekom cijelog zatrčavanja, potisna sila je približno konstantna (djelomično točno za mlazne motore). Također, težina zrakoplova je konstantna, a sila uzgona i otpora variraju s brzinom. Tijekom polijetanja, a kasnije i u slijetanja, pojavljuje se fenomen utjecaja blizine tla (Ground Effect). Kada zrakoplov leti u blizini tla, intezitet vrtloga koji se formira na vrhovima krila je za određenu vrijednost smanjen zbog interakcije s podlogom. S obzirom da spomenuti vrtlozi stvaraju brzinu vertikalnog ispiranjg na krilu, koja shodno tome povećava inducirani otpor, kao posljedica utjecaja blizine tla brzina vertikalnog ispiranja stoga i inducirani otpor su reducirani kada zrakoplov leti blizu zemlje. Proračun utjecaja blizine tla temelji se na osnovama aerodinamike, a izraz je prikazan u formuli:

$$\phi = \frac{(16\,\frac{h}{b})^2}{1 + (16\,\frac{h}{b})^2} \tag{30}$$

- $\phi$ – utjecaj blizine tla (Ground Effect),
- h – visina krila iznad tla,
- $b$ – raspon krila.

Tipična variranja spomenutih sila tijekom polijetanja prikazana su na slici 23. Primjećuje se da udaljenost s je proporcionalna kvadratu brzine *V*. S obzirom da su uzgon i otpor proporcionalni dinamičkom tlaku, pojavljuju se kao linerane varijacije. Prikazan je i relativno konstantna potisna stila stoga se podrazumijeva da je riječ zrakoplovu s mlaznim motorom.




**Slika 23.** Shematski prikaz promjena aktivnih sila prilikom polijetanja [1]

Iz shematski prikazanih varijacija možemo zaključiti da je zbroj $F_D + \mu\,(F_G - F_L)$ u odnosu na udaljenost ($V^2$) približno konstantna – prikazano iscrtkanom linijom na skici. Stoga, sila ubrzanja, $F_T - [F_D + \mu\,(F_G - F_L)]$, je također konstantna. Jednostavna aproksimacija izračuna duljine polijetanja $s_{LO}$ (Lift-off) može se odrediti na sljedeći način. Uz pretpostavku da je potisak konstantna, također pretpostavlja se da je prosječna vrijednost ukupnog zbroja otpora, takva da u odnosu na konstantnu silu proizvodi odgovarajuću duljinu polijetanja. Zatim, smatra se da je efektivna konstantna sila koja djeluje na zrakoplov u polijetanju, odnosnu zatrčavanju, jednaka sljedećem izrazu:

$$F_{eff} = F_T - [F_D + \mu\,(F_G - F_L)] = konstantna \qquad (31)$$

- $F_{eff}$ – efektivna konstantna sila u polijetanju,

Uzimajući obzir silu F iz spomenute jednadžbe (31), brzinu *V* = brzini polijetanja $V_{LO}$(Lift-off speed) i masu m koja je jednaka težini tijela kroz ubrzanje Zemljine sile teže dobiva se sljedeći izraz:

$$s_{LO} = \frac{V_{LO}^2 \ \frac{F_G}{g}}{2\,\{\,F_T - [F_D + \ \mu\,(F_G - \ F_L)]_{pros}\,\}} \tag{32}$$

- $s_{LO}$ – duljina polijetanja (Lift-off distance),
- $V_{LO}$ – brzina polijetanja (Lift-off speed),
- $g$ – ubrzanje Zemljine sile grvitacije,
- $F_T - [F_D + \ \mu\,(F_G - \ F_L)]_{pros}$ – prosječna vrijednost razlike sile potiska i ukupne sile otpora.

Da bi se osigurala sigurnosna margina tijekom polijetanja, brzina polijetanja se obično uzima 20 posto veća od brzine gubitka uzgona. Prema navedenoj tvrdnji postavlja se sljedeća zavisnost:

$$V_{LO} = 1.2V_{stall} \ = 1.2\sqrt{\frac{2F_G}{\rho S C_{L,max}}} \tag{33}$$

- $V_{LO}$ – brzina polijetanja,
- $V_{stall}$ – brzina gubitka uzgona (Stalling speed),
- $C_{L,max}$ – maksimalni koeficijent uzgona.

S obzirom na definiranu brzinu polijetanja, odnosno uključujući sigurnosnu marginu te zamjenom formule (32) u formulu (33) dobiva se sljedeća ovisnost:

$$s_{LO} = \frac{1.44F_G^2}{g\rho S C_{L,max}\,\{\,F_T - [F_D + \ \mu\,(F_G - \ F_L)]_{pros}\,\}} \tag{34}$$

U svrhu proračuna koristeći jednadžbu (34) predlaže se da se prosječna vrijednost - $F_T - [F_D + \ \mu\,(F_G - \ F_L)]_{pros}$, zamjeni jednakom vrijednosti pri brzini jednakoj $0.7V_{LO}$. Također, iskustvena saznanja su pokazala da koeficijent trenja varira od vrijednosti 0.02 za relativno glatku asfaltiranu stazu, do 0.10 za travnatu stazu. Daljnje pojednostavljenje može se dobiti uz pretpostavku da je potisak znatno veći od sile otpora i otpora trenja tijekom polijetanja. Shodno shematskom prikazu na slici 24., ova tvrdnja pokazala se razumnom. Stoga, ukoliko se zanemari sila otpora i otpor tenja u usporedbi s potisnom silom, jednadžba postaje jednostavnija:

$$s_{LO} = \frac{1.44F_G^2}{g\rho S C_{L,max} F_T} \tag{35}$$

Jednadžba (35) predstavlja pojednostavljenu verziju jednadžbe (34) te prikazuje neke važne fizikalne ovisnosti:

1. Duljina potrebna za polijetanje je znatno ovisna u težini zrakoplova te varira s kvadratom težine.
2. Potrebna duljina za polijetanje je ovisna u gustoći zraka. Uz pretpostavku da je potisak diretkno ovisan o gustoći veća gustoća će rezultirati manjom potrebnom duljinom polijetanja. Kao što je prije navedeno, na vrućim ljetnim danima, kada je gustoća manja nego pri hladnim danima, promatrani zrakoplov treba veću udaljenost za polijetanje. Uz spomenuta atmosferka stanja vezana za gustoću, visina na kojoj se aerodrom nalazi također bitno utječe na polijetanje – pri većim visinama gustoća zraka je manja.
3. Duljina polijetanja može biti smanjena povećavajući površinu krila – povećanje maksimalnog koeficijenta uzgona te povećanjem potiska.

## 7.2. Prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza

U pimjeru je prikazan izračun potrebne duljine polijetanja na razini mora i masi zrakoplova 1360 kg. Maksimalni koeficijent uzgona za određenu masu iznosi 1.1.

Potrebno je odrediti brzinu polijetanja:

$$V_{LO} = 1.2V_S = 1.2\sqrt{\frac{2F_G}{C_{L,max}\rho S}} = 1.2\sqrt{\frac{2 \times 9.81 \times 1360}{1.1 \times 1.225 \times 16.8155}} = 41.2\ \mathrm{m/s}$$

Nakon određivanja brzine polijetanja, moguće je odrediti srednju brzinu $V_{SR}$ te će se iznos srednje brzine uračunati u svrhu dobivanja sile potiska.

$$V_{SR} = 0.7V_{LO} = 0.7 \times 41.2 = 28.8\ \mathrm{m/s}$$

$$F_T = \frac{P_A}{V_{SR}} = \frac{\eta\, P_A}{V_{SR}} = \frac{0.83\ \times 257266}{28.8} = 7417.3\ \mathrm{N}$$

Potrebno je odrediti utjecaj blizine tla $\Phi$ kako bi se izračunao ukupni otpor zrakoplova.

$$\phi = \frac{(16\ \frac{h}{b})^2}{1 + (16\ \frac{h}{b})^2} = \frac{(16\ \frac{1.2}{10.2})^2}{1 + (16\ \frac{1.2}{10.2})^2} = 0.78$$

$$F_D = \left(C_{D,0} + \phi\frac{C_{Lmax}^2}{\pi eAR}\right)\frac{1}{2}\rho {V_{SR}}^2 A =$$

$$= \left(0.027 + 0.78 \times \frac{1.1^2}{3.14 \times 0.91 \times 6.2}\right) \times \frac{1}{2} \times 1.225 \times 28.8^2 \times 16.8155 = 685.8 \text{ N}$$

$$F_L = C_L \frac{1}{2} \rho {V_{SR}}^2 A = 1.1 \times \frac{1}{2} \times 1.225 \times 28.8^2 \times 16.8155 = 9397.1 \text{ N}$$

$$s_{LO} = \frac{1.44 F_G^2}{g \rho S C_{L,max} \{ F_T - [F_D + \mu (F_G - F_L)]_{pros} \}} =$$

$$= \frac{1.44 \times (9.81 \times 1360)^2}{9.81 \times 1.225 \times 16.8155 \times 1.1\{7417.3 - [685.8 + 0.02(9.81 \times 1360 - 9397.1)]\}} =$$

$$= 173 \text{ m}$$

# 8. Izračun performansi zrakoplova u slijetanju

Tijekom faze slijetanja, najbitniji parametar u izračunu performansi su potrebna duljina slijetanja i brzina kojom zrakoplov, pri određenoj masi, treba sletiti. U slijetanju se, kao kod polijetanja, pojavljuje se fenomen utjecaja blizine tla. Znatno bitnan parametar je stanje uzletno-sletne staze, zajedno s ostalim atmosferskim čimbenicima. Kroz elemente izračuna definirat će se fizikalne ovisnosti u režimu polijetanja, a zatim prikazati vrijednosti izračunatih parametara za zrakoplov Beechraft Bonanza.

## 8.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u slijetanju

U cilju analiziranja problematike, s obzirom na djelovanje istih sila kao i kod polijetanja, promatra se slika 8. Međutim, prilikom slijetanja, ubrzanje $a$ se sada smatra negativnim. U svrhu smanjenje potrebne duljine slijetanja, snaga zrakoplova je postavljena na minimalnu vrijednost pa se, shodno tome, vrijednost potiska ne uzima u obzir ($F_T = 0$). Prema navedenim tvrdnjama, dobiva se sljedeća zavisnost:

$$-F_D - \mu\,(F_G - F_L) = m\frac{dV}{dt} \tag{36}$$

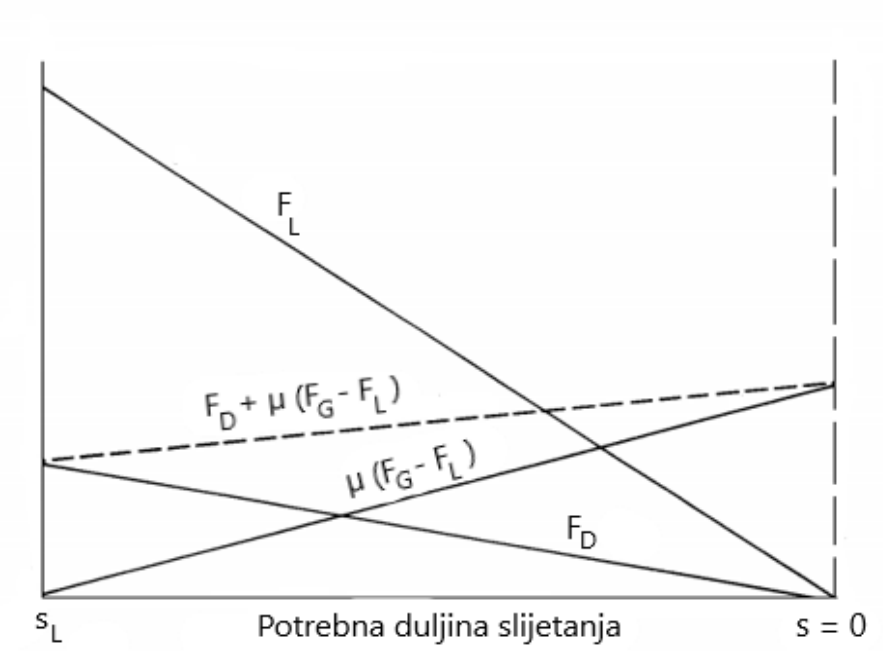
- $F_D$ – ukupna sila otpora zrakoplova,

Točna vrijednost potrebne duljine slijetanja određuje se numerički, integriranjem jednadžbe (36) s jednadžbama za uzgon i ukupni otpor zrakoplova. Međutim, uzima se jednostavniji izraz koji predstavlja dozvoljenu aproksimaciju za određivanje potrebne duljine slijetanja. Variranje sila tijekom slijetanja prikazano je na slici 24. Pretpostavlja se prosječna, konstantna, vrijednost za izraz $F_D - \mu\,(F_G - F_L)$, koja efektivno pridonosi određivanju točne potrebne udaljenosti za slijetanje $s_L$. Prosječna vrijednost spomenutog izraza, jednaka je trenutnoj vrijednosti procijenjenoj na $0.7V_T$ ($V_T$ – brzina slijetanja). Vrijednost usporenja ($F_D - \mu\,(F_G - F_L)$, može varirati u odnosu na udaljenost – prikazano na grafu isprekidanom linijom. Prema tome, pretpostavke u slijetanju su lošije nego u polijetanju.

Integriranjem između točke dodira i točke gdje se gibanje zrakoplova u potpunosti završava, dobiva se sljedeća zavisnost:

$$s_L = -\frac{F}{m}\frac{t^2}{2} \tag{37}$$

- $s_L$ – potrebna duljina slijetanja,
- $F$ – sila inercija zrakoplova,
- $m$ – masa zrakoplova,
- $t$ – vrijeme zaustavljanja.




**Slika 24.** Shematski prikaz promjene aktivnih sila tijekom slijetanja [1]

Uvrštavanjem izraza za vrijeme u jednadžbu (37) dobiva se sljedeći izraz:

$$s_L = -\frac{V^2 m}{2F} \tag{38}$$

Jednadžba (38) predstavlja potrebnu udaljenost za usporenje od početne brzine određene vrijednost, do brzine jednake nuli, pod konstantnom silom. Spomenuta, konstantna sila, definirana je jednadžbom (36), a brzina je definirana kao brzina slijetanja $V_T$. Prema navedenim tvrdnjama, jednadžba (38), uzimanjem u obzir i faktor (brzina slijetanja jednaka je 1.3 brzini gubitka uzgona), dobiva se sljedeći izraz:

$$s_L = \frac{1.69F_G^2}{g\rho S C_{L,max}[F_D + \mu\,(F_G - F_L)]_{0.7V_T}} \tag{39}$$

- $C_{L,max}$ – maksimalni koeficijent uzgona,
- $[F_D + \mu\,(F_G - F_L)]_{0.7V_T}$ – prosječna vrijednost sile usporavanja.

Tijekom slijetanja, koriste se kočnice na zrakoplovu pa se shodno tome mora uzimati koeficijent trenja ovisno o vrsti podloge na koju se slijeće. Današnji zrakoplovi koriste i obrnuti potisak prilikom slijetanja te se u konačnom proračunu mora uzeti vrijednost sile obrnutog potiska. Također, koriste se i uređaji za smanjenje uzgona prilikom slijetanja poput *spoilera* i zračnih kočnica.

## 8.2. Prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza

U primjeru je prikazan izračun potrebne duljine slijetanja na razini mora s masom zrakoplova od 1315 kg. Maksimalni koeficijent uzgona, sa otklonom zakrilaca na poziciju za slijetanje, iznosi 1.8.

Potrebno je odrediti brzinu slijetanja $V_T$:

$$V_T = 1.3V_S = 1.3\sqrt{\frac{2F_G}{\rho S C_{Lmax}}} = 1.3 \times \sqrt{\frac{2 \times 9.81 \times 1315}{1.225 \times 16.8155 \times 1.8}} = 34.29 \text{ m/s}$$

Sila potiska se smatra da je 0 prilikom slijetanja. Također, nakon slijetanja uzgon se smatra 0 pa tako i vrijednost induciranog otpora.

Potrebno je izračunati srednju brzinu slijetanja $V_{SR}$:

$$V_{SR} = 0.7V_T = 0.7 \times 34.29 = 24 \text{ m/s}$$

Nakon određivanje srednje brzine, potrebno je izračunati otpor prilikom slijetanja. S obzirom na to da je vrijednost sile uzgona jednaka nuli, ukupni otpor jednak je parazitnom otporu prilikom slijetanja.

$$F_D = C_{D,0}\frac{1}{2}\rho {V_{SR}}^2 A = 0.027 \times \frac{1}{2} \times 1.225 \times 24^2 \times 16.8155 = 160.2 \text{ N}$$

Nakon izračunatih parametara dobiva se potrebna duljina slijetanja:

$$s_L = \frac{1.69F_G^2}{g\rho S C_{L,max}[F_D + \mu\,(F_G - F_L)]_{0.7V_T}} =$$

$$= \frac{1.69 \times 9.81 \times 1315}{9.81 \times 1.225 \times 16.8155 \times 1.8 \times [160.2 + 0.4\,(9.81 \times 1315 - 0)]}$$

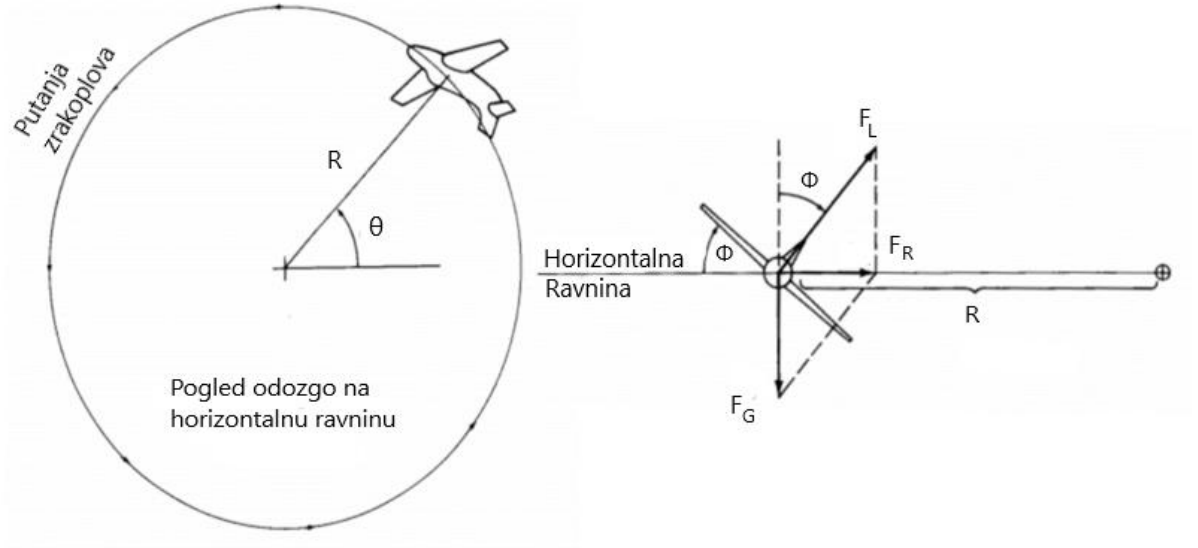
$$= 145 \text{ m}$$

# 9. Izračun performansi zrakoplova u zaokretu

Zaokreti zrakoplova se, uz polijetanje i slijetanje, smatraju specijalnim performansama zrakoplova. Bitni parametri u izračunu performansi, prilikom zaokreta, su faktor opterećenja, radijus i brzina zaokreta te kutno skretanje zrakoplova. Navedeni parametri se promatraju u rasponu različitih masa i brzina zrakoplova. Iznimno bitan podatak svakog zrakoplova je manevarska envelopa. Manevarska envelopa predstavlja dijagram opterećenja za određeni raspon brzina, na kojem su definirana i ograničenja zrakoplova u pogledu opterećenja. Kroz elemente izračuna će se definirat fizikalne zavisnosti i veličine koje su specifične za zrakoplov u zaokretu, te u konačnici prezentirati proračunati parametri.

## 9.1. Elementi izračuna performansi zrakoplova u zaokretu

Prilikom definiranja određenih fizikalnih veličina i ovisnosti, bitno je napomenuti da se u zaokretima sada promatra radijalno (centrifugalno) ubrzanje koje, po zakonu gibanja, opisuje zakrivljenu putanju zrakoplova. Horizontalni zaokret zrakoplova s aktivnim silama prilikom izvođenja istog prikazan je na slici 25.




**Slika 25.** Prikaz aktivnih sila na zrakoplovu tijekom zaokreta [1]

Krila zrakoplova nagnuta su pod kutem *Φ* u odnosu na horizontalnu ravninu pa sila uzgona djeluje pod kutem *Φ* u odnosu na vertikalnu ravninu. Kut nagiba *Φ* i sila uzgona $F_L$ su u takvoj zavisnosti da komponenta sile uzgona odgovara sili gravitaciji na način da je sila uzgona veća od sile gravitacije - $F_L \cos\Phi = F_G$. Prema tome, zrakoplov održava istu visinu dok se giba u horizontalnoj ravnini. Nadalje, rezultantna sila između sile uzgona i sile gravitacije uzrokuje kružnu gibanje radijusa *R* u horizontalnoj ravnini. S obzirom na definiranje

radijusa zaokreta, definira se i kutna brzina koja predstavlja promjenu kuta bočnog nagiba u vremenu. Shodno silama prikazanim na slici 25., postavlja se sljedeća zavisnost rezultantne sile:

$$F_R = \sqrt{F_L^2 + F_G^2} \tag{40}$$

- $F_R$ – rezultantna sila.

Prilikom analiziranja problematike zaokreta definira se faktor opterećenja *n*. Faktor opetećenja je bezdimenzionalna veličina ipredstavlja omjer sile uzgona i sile gravitacije. Najčešće se u terminologiji spominje kao „g“ opterećenje. S obzirom na definiciju faktora opterećenja, te njegovim uvrštavanjem u jednadžbu (40), rezultantna sila se može zapisati i na sljedeći način:

$$F_R = F_G\sqrt{n^2 - 1} \tag{41}$$

- $n$ – faktor opterećenja (load factor).

Zrakoplov se giba kružnom putanjom ri određenoj brzini $V_\infty$, stoga je radijalno ubrzanje proporcionalno kvadratu brzine, a obrnuto proporcionalno radijusu zaokreta. Prema drugom Newtonovom zakonu dobiva se sljedeća zavisnost rezultatne sile zaokreta:

$$F_R = m\,\frac{V_\infty^2}{R} = \frac{F_G}{g}\,\frac{V_\infty^2}{R} \tag{42}$$

Uvrštavanjem jednadžbe (41) u jednadžbu (42) u svrhu određivanja radijusa zaokreta dobiva se sljedeća zavisnost:

$$R = \frac{V_\infty^2}{g\sqrt{n^2 - 1}} \tag{43}$$

Predma jednadžbi (43) uočljivo je da vrijednost radijusa zaokreta veća s većom brzinoom zrakoplova (kvadratom brzine). Kutna brzina *ω,* definirana kao promjena kuta bočnog nagiba u vremenu, naziva se kutnom brzinom zakretanja (turn rate) te je dana omjerom $V_\infty$/R. Prema jednadžbi (43), korištenjem spomenutog omjera za kutnu brzinu skretanja, dobiva se sljedeća zavisnost:

$$\omega = \frac{g\sqrt{n^2 - 1}}{V_\infty} \tag{44}$$

- $\omega$ – kutna brzina skretanja.

S obzirom na definirane zavisnosti, da bi se ostvario što manji radijus zaokreta, a veća kutna brzina skretanja potreban je što veći faktor opterećenja i što manja brzina zrakoplova. Bitan parametar, koji se dobiva uvrštavanjem zavisnost faktora opterećenja i brzine u jednadžbu za radijus i kutnu brzinu skretanja, je opterećenje krila (wing load) - $F_G/S$.

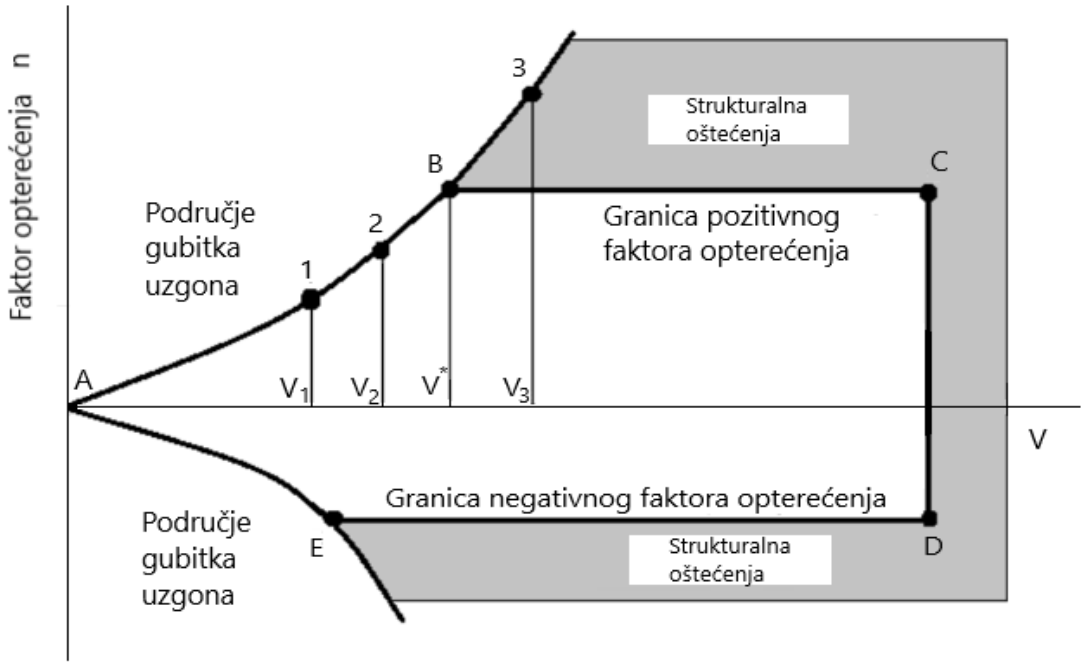
Opterećenje krila bitan je parametar u dizajnu zrakoplova, te ukoliko zrakoplov ima malo opterećenje krila imati će manji radijus zaokreta i veću kutnu brzinu zakretanja. Za svaki zrakoplov bitno je odrediti vrijednosti maksimalne kutne brzine zakretanja pri minimalnom radijusu zaokreta, pod određenim uvjetima u kojima se zrakoplov nalazi. Za promatranje problematike, uzimaju se ovisnosti za minimalan radijus zaokreta (45) i maksimalnu kutnu brzinu zakretanja (46):

$$R_{min} = \frac{2}{\rho_{\infty} g C_{L,max}} \frac{F_G}{S} \tag{45}$$

$$\omega_{max} = g \sqrt{\frac{\rho_{\infty} C_{L,max}\, n_{max}}{\frac{2F_G}{S}}} \tag{46}$$

- $R_{min}$ – minimalan radijus zaokreta,
- $\omega_{max}$ – maksimalna kutna brzina zakretanja,
- $n_{max}$ – maksimalan faktor opterećenja.

Prema jednadžbama (45) i (46) jasno je da se najbolje performanse zrakoplova očituju na razini mora s obzirom na ovisnost o gustoći. Međutim, postoje definirana ograničenja faktora opterećenja i brzina zrakoplova. Pri malim brzinama vrijednost maksimalnog faktora opterećenja je funkcija maksimalnog koeficijenta uzgona. Pri velikim brzinama, maksimalna vrijednost faktora opterećenja ograničena je strukturalnim dizajnom zrakoplova. Maksimalne vrijednosti faktora opterećenja u odnosu na raspon brzina zrakoplova prikazane su grafički manevarskom enveloopom (V-n dijagramom). Izgled V-n dijagrama prikazan je na slici 26.




**Slika 26.** Primjer V-n dijagrama s granicama faktora opterećenja

U svrhu objašnjenja dijagrama, promatra se let brzinom $V_1$, gdje zrakoplov leti s određenom vrijednosti koeficijenta uzgona koja je manja od maksimalne vrijednosti. Ukoliko zrakoplov poveća napadni kut do kritičnog, a time i koeficijent uzgona do maksimalne vrijednosti, za istru vrijednost brzine povećava se faktor opterećenja do maksimalne vrijednosti za određenu brzinu. Ukoliko se napadni kut poveća iznad kritičnog, i koeficijent uzgona prijeđe maksimalnu vrijednost, zrakoplov će izgubiti uzgon. Prilikom sloma uzgona, vrijednost faktora opterećenja se smanjuje. Štoviše, vrijednost faktora opterećenja ne može se povećavati neodređeno – izvan specifičnih vrijednosti, definiranih kao granica pozitivnih opterećenja (prikazano linijom BC na slici 26.), mogu se pojaviti strukturalna oštećenja zrakoplova. Pri brzinama većim od brzine $V^*$ (primjer brzina $V_3$) zrakoplov mora letiti pri vrijednosti koeficijenta uzgona koji je manji od maksimalnog kako se ne bi prekoračila granica pozitivnog opterećenja. Ukoliko je postignut maksimalni koeficijent uzgona pri brzini $V_3$, moguća je pojava strukturalnih oštećenja zrakoplova. Linija CD na dijagramu predstavlja granicu velikih brzina. Pri brzinama izvan ograničenja, dinamički tlak se drastično povećava što u konačnici isto može uzrkovati strukturalna oštećenja zrakoplova.

Linija AE i CD na dijagramu V-n odgovaraju negativnim vrijednostima napadnh kuteva, odnosno faktorima opterećenja. Linija AE predstavlja područje gubitka uzgona. Pri apsolutnim napadnim kutevima manjim od nula, uzgon je negativan i djeluje prema dolje. Linija ED predstavlja granicu negativnog faktora opterećenja – izvan tih vrijednosti moguća je pojvaa strukturalnih oštećenja zrakoplova. Točka B na dijagramu predstavlja točku manevriranja. U toj točki, koeficijent uzgona i faktor opterećenja istovremeno imaju najveću vrijednost koja se može ostvariti unutar manevarske envelope zrakoplova. Prema jednadžbama (45) i (46), ova točka odgovara najmanjem radijusu zaokreta i najvećoj kutnoj brzini zakretanja zrakoplova. Pri brzinama manjima od $V^*$(corner speed), nije moguće strukturalno oštetiti zrakoplov s obzirom da generiranje velike količine uzgona. S druge strane, pri većim brzinama od $V^*$ moguća je pojava strukturalnih oštećenja.

## 9.2. Prikaz proračunatih podataka zrakoplova Beechraft Bonanza

U primjeru je prikazan izračun minimalnog radijusa zaokreta, maksimalne kutne brzine zakretanja i potrebnog vremena za određeni raspon brzina. Maksimalan faktor opterećenja za zrakoplov iznosi 3.8. Proračun je izveden za zaokret od 360° u horizontalnoj ravnini.

Potrebno je odrediti zavisnosti za tražene parametre. Minimalan radijus zaokreta se određuje po sljedećoj zavisnosti:

$$R_{min} = \frac{V_\infty^2}{g\sqrt{n_{max}^2 - 1}} = \frac{V_\infty}{35.96}$$

Maksimalna kutna brzina zakretanja određuje se po sljedećoj zavisnosti:

$$\omega_{max} = \frac{g\sqrt{n_{max}^2 - 1}}{V_\infty} = \frac{35.96}{V_\infty}$$

Potrebno vrijeme za izvođenje zaokreta određenom kutnom brzinom zakretanja određuje se po sljedećoj zavisnosti:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{\theta}{t} \rightarrow t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Proračunati parametri prikazani su u tablici 2 za određeni raspon brzina.

**Tablica 2.** Prikaz proračunatih vrijednosti

| **Brzina zrakoplova** $V_\infty$ $[\mathbf{m/s}]$ | **Minimalni radijus zaokreta** $R_{min}$ **[m]** | **Maksimalna kutna brzina zakretanja** $\omega_{max}$ $[\mathbf{s^{-1}}]$ | **Potrebno vrijeme zaokreta** $t$ $[\mathbf{s}]$ |
|---|---|---|---|
| **30** | 25.02 | 1.198 | 5.28 |
| **40** | 44.49 | 0.899 | 7.06 |
| **50** | 69.52 | 0.719 | 8.73 |
| **60** | 100.11 | 0.599 | 10.65 |
| **70** | 136.26 | 0.514 | 12.32 |
| **80** | 177.97 | 0.449 | 14.28 |
| **90** | 225.25 | 0.399 | 16.11 |

# 10. Zaključak

Izračuni performansi zrakoplova variraju od razine mora do određene visine zrakoplova – apsolutnog vrhunca leta. Uz promjenjivost atmosferskih parametara prilikom promjene visine, masa zrakoplova također uvelike utječe na performanse zrakoplova. Raspoloživi potisak, odnosno snaga zajedno s aerodinamičkim karakteristikama zrakoplova, predstavljaju fundamentalne uvjete za izračun performansi. Također, kroz režime leta fizikalne zavisnosti osnovnih aerodinamičkih sila se mijenjaju, te shodno njihovim promjenama, režimi leta se analiziraju zasebno. Analizom problematike prikazane su specifičnosti režima leta poput utjecaja visine i mase na potreban potisak i snagu. S povećanjem mase potrebna snaga i potisak se povećavaju, a s obzirom na to da se raspoloživa snaga reducira s visinom, proporcionalno gustoći zraka, performanse zrakoplova su oslabljenje na većim visinama. S druge strane, sa stajališta režima penjanja, određeni višak snage se reducira s povećanjem visine pa su brzine uzdizanja znatno manje na većim visinama. Kroz režim spuštanja, bez potisne sile (jedrenje), polazna točka proračuna je polara zrakoplova iz koje je moguće izračunati različite vrijednosti koeficijenata uzgona i otpora te u konačnici odrediti brzinu propadanja za određenu masu zrakoplova. U fazi polijetanja i slijetanja veoma je bitno stanje atmosfere, stanje i vrsta uzletno-sletne staze te visina na kojoj se uzletno-sletna staza nalazi. Uzletno-sletne staze na većim visinama i prilikom visokih temperatura, nalaze se u području rijeđeg zraka što direktno reducira potisak, odnosno snagu u polijetanju te je tako potrebna duljina polijetanja zrakoplova duža. Prilikom manevriranja zrakoplova, odnosno izvođenja zaokreta, krucijalan parametar je faktor opterećenja zrakoplova. Zrakoplovi posjeduju granice faktora opterećenja iznad kojih postoji mogućnost nastanka strukturalnih oštećenja zrakoplova. Kako bi zrakoplov izveo minimalni radijus zaokreta, a maksimalnu kutnu brzinu zakretanja potreban je što veći faktor opterećenja i što manja brzina zrakoplova.

U konačnici, prema provedenoj analizi problematike može se zaključiti da su glavni utjecaji na performanse zrakoplova aeordinamičke karakteristike zrakoplova uz pogonsku grupu te atmosferske, promjenjive, karakteristike. Također, raspon masa zrakoplova uvelike utječe na performanse zrakoplova. Prilikom izračuna koriste se i razne aproksimacije koje se smatraju dovoljno pouzdanima zbog jednostavnosti proračuna. Ovisno o namjeni u zrakoplovstvu, performanse zrakoplova su izrazito različite, te se prilikom samog dizajniranja unaprijed postavljaju određeni kriteriji, a zatim vrše izračuni i eksperimenti.

# Literatura

[1] Anderson, John D., Introduction to Flight Third Edition, McGraw-Hill Book Company, 1989.

[2] Kesić, Petar., Osnove Aerodinamike, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2003.

[3] Jeppesen, Performance JAA ATPL Training Edition 2, Jeppesen and Atlantic Flight Training, 2007.

[4] Jeppesen, Flight Performance and Planning 1, Jeppesen GmbH, Frankfurt, Germany, 2001.

[5] http://www.flugzeuginfo.net/acdata_php/acdata_bonanza_en.php (pristupljeno; kolovoz 2017.)

# Popis slika

**Slika 1**. Grafički prikaz polare zrakoplova, simetričnog aeroprofila i $CD, i$ eliptičnog krila [2] . 3
**Slika 2.** Grafički prikaz polare zrakoplova s krilom izrađenim od zakrivljenog aeroprofila ..... 4
**Slika 3.** Grafički prikaz povećanja induciranog otpora s povećanom masom zrakoplova [1] ... 6
**Slika 4.** Grafički prikaz vrijednosti raspoloživog potiska u ovisnosti u brzini [1]..... 8
**Slika 5.** Grafički prikaz vrijednosti raspoložive snage u ovisnosti o brzini [1]..... 9
**Slika 6.** Grafički prikaz vrijednosti koeficijenta uzgona i otpora u funkciji konfiguracije ..... 10
**Slika 7.** Utjecaj povećanja visine leta na potrebnu snagu..... 11
**Slika 8.** Aktivne sile na zrakoplovu tijekom leta [1] ..... 15
**Slika 9.** Grafički prikaz krivulje potrebnog potiska..... 17
**Slika 10.** Grafički prikaz promjene potrebnog potiska s promjenom napadnog kuta [1]..... 18
**Slika 11.** Grafički prikaz promjene vrijednosti parazitnog i induciranog otpora [1]..... 19
**Slika 12.** Grafički prikaz krivulje potrebnog potiska i otpora [1]..... 20
**Slika 13.** Grafički prikaz određivanja brzina za maksimalnu istrajnost i dolet [1] ..... 21
**Slika 14.** Shematski prikaz aktivnih sila na zrakoplovu u penjanju [1]..... 30
**Slika 15.** Grafički prikaz viška potiska za klipne i mlazne motore [1]..... 32
**Slika 16.** Grafički prikaz određivanja maksimalne brzine uzdizanja [1]..... 32
**Slika 17.** Hodograf penjanja zrakoplova pri određenoj visini [1]..... 33
**Slika 18.** Grafički prikaz promjene snage s visinom ..... 33
**Slika 19.** Grafički prikaz raspoložive i potrebne snage u trenutku vrhunca leta..... 34
**Slika 20.** Aktivne sile na zrakoplovu tijekom spuštanja – jedrenja [4]..... 37
**Slika 21.** Ovisnosti brzine snižavanja, vremena i prijeđene udaljenosti ..... 38
**Slika 22.** Aktivne sile na zrakoplovu tijekom zatrčavanja [1]..... 43
**Slika 23.** Shematski prikaz promjena aktivnih sila prilikom polijetanja [1] ..... 44
**Slika 24.** Shematski prikaz promjene aktivnih sila tijekom slijetanja [1]..... 49
**Slika 25.** Prikaz aktivnih sila na zrakoplovu tijekom zaokreta [1] ..... 51
**Slika 26.** Primjer V-n dijagrama s granicama faktora opterećenja ..... 53

# Popis tablica

**Tablica 1**. Karakteristike zrakoplova Beechcraft Bonanza [5] ..... 23
**Tablica 2.** Metoda određivanja brzine maksimalnog kuta penjanja ..... 36

# Popis grafikona

**Grafikon 1.** Potreban potisak u ovisnosti o brzini ..... 24
**Grafikon 2.** Potrebna snaga u ovisnosti o brzini ..... 24
**Grafikon 3.** Potreban potisak u ovisnosti o visini leta (visine od razine mora do 6000ft) ..... 25
**Grafikon 4.** Potreban potisak u ovisnosti o visini leta (visine od 6000ft do apsolutnog vrhunca leta) ..... 26
**Grafikon 5.** Potrebna snaga u ovisnosti o visini leta (visine od razine mora do 6000ft) ..... 26
**Grafikon 6.** Potrebna snaga u ovisnosti o visini leta (visine od 6000ft do apsolutnog vrhunca leta) ..... 27
**Grafikon 7.** Potreban potisak u odnosu na masu zrakoplova ..... 27
**Grafikon 8.** Potrebna snaga u odnosu na masu zrakoplova ..... 28
**Grafikon 9.** Minimalan potreban potisak i uvjet za najbolji dolet ..... 28
**Grafikon 10.** Minimalna potrebna snaga i uvjet za najbolju istrajnost ..... 29
**Grafikon 11.** Prikaz maksimalnog *R/C* i *R/C* za maksimalan kut penjanja ..... 36
**Grafikon 12.** Polara zrakoplova Beechcraft Bonanza ..... 39

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet prometnih znanosti
10000 Zagreb
Vukelićeva 4

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOSTI

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je završni rad isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuje korištenje bilješki i bibliografija. Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da nije prepisan iz necitiranog rada, te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu odjavu završnog rada pod naslovom Izračun performansi jednomotornog zrakoplova s propelerskim pogonom, na mrežnim stranicama i repozitoriju Fakulteta prometnih znanosti, Digitalnom akademskom repozitoriju (DAR) pri Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu.

Student/ica:

U Zagrebu 5.9.2017. _____