Linearni model i analiza upravljivosti bespilotne letjelice s kanardima

Cvetković, Nikola

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:979026

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**



Repository / Repozitorij:

Faculty of Transport and Traffic Sciences - Institutional Repository







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI

Nikola Cvetković

Linearni model i analiza upravljivosti bespilotne letjelice s kanardima

DIPLOMSKI RAD

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI
POVJERENSTVO ZA DIPLOMSKI ISPIT

Zagreb, 22. ožujka 2017.

Zavod: Zavod za aeronautiku
Predmet: Upravljanje i vođenje zrakoplova

DIPLOMSKI ZADATAK br. 3990

Pristupnik: **Nikola Cvetković (0135224744)**
Studij: Aeronautika

Zadatak: **Linearni model i analiza upravljivosti bespilotne letjelice s kanardima**

Opis zadatka:

U radu je potrebno za djelomično projektiranu studentsku letjelicu s kanardima, izračunati aerodinamičke karakteristike uz pretpostavku malih napadnih kutova I kutova klizanja, dakle linearni aerodinamički model. Tako dobivene aerodinamičke karakteristike koristiti za statičku analizu stabilnosti. Koristeći dostupne podatke o ukupnom otporu I pogonskoj skupini odrediti linearni model gibanja letjelice. Pomoću linearnog modela odrediti kvalitetu upravljanja letjelicom prema MIL - F - 8785C standard. Rezultate prikazati analitički I grafički te komentirati.

Zadatak uručen pristupniku: 28. travnja 2017.

Mentor: Predsjednik povjerenstva za diplomski ispit

dr. sc. Karolina Krajček Nikolić

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet prometnih znanosti

DIPLOMSKI RAD

Linearni model i analiza upravljivosti bespilotne letjelice s kanardima

Linear model and flying qualities of an unmanned aerial vehicle with canard configuration

Mentor: dr. sc. Karolina Krajček Nikolić

Student: Nikola Cvetković

JMBAG: 0135224744

Zagreb, rujan 2017.

SAŽETAK

U ovom diplomskom radu izračunate su aerodinamičke karakteristike bespilotne letjelice. Dobivene aerodinamičke karakteristike dalje se koriste za statičku analizu stabilnosti, uzdužnu i bočnu. Koristeći podatke iz statičkih analiza i *XFLR5* softvera, određuje se linearni model gibanja letjelice. Pomoću linearnog modela letjelice izvršena je dinamička analiza letjelice i analiza odziva sustava na pobudu. Za kraj je određena kvaliteta upravljanja letjelicom prema MIL-F-8785C standardu. Dobiveni rezultati prikazani su analitički i grafički radi lakšeg razumijevanja.

KLJUČNE RIJEČI: aerodinamičke karakteristike, bespilotna letjelica, statičke analize stabilnosti, *XFLR5*, linearni model, dinamička analiza, kvaliteta upravljanja

SUMMARY:

Aerodynamic characteristics of an unmanned aerial vehicle are calculated in this thesis. Calculated data is then used for longitudinal and lateral static stability analysis. Data obtained from static analyses and *XFLR5* software is then used to determine linear model of an unmanned aerial vehicle. Modal response graphs and dynamic stability analyses were conducted utilizing the linear model of an unmanned aerial vehicle. Finally, control quality was determined according to MIL-F-8785C standard, also by using the linear model of an unmanned aerial vehicle. Results of every analysis are given in mathematical and graphical form for better understanding.

KEYWORDS: aerodynamic characteristics, unmanned aerial vehicle, static stability analysis, *XFLR5*, linear model, dynamic analysis, control quality

SADRŽAJ

1. Uvod 1

2. Odabrana konfiguracija bespilotne letjelice 2

2.1. Konceptualni razvoj letjelice 2

2.2. Uzgonske površine 3

2.2.1. Krila 3

2.2.2. Kanard 4

2.3. Vertikalni stabilizator (rep) 5

2.4. Trup 7

2.6. Pogonska grupa 8

3. Procjena aerodinamičkih karakteristika letjelice 10

3.1. Procjena uzgona 11

3.2. Procjena otpora 16

3.3. Procjena momenta letjelice 18

4. Analiza statičke stabilnosti letjelice 21

4.1. Longitudinalna (uzdužna) statička stabilnost 21

4.2. Grafički prikaz uzdužne statičke stabilnosti letjelice 24

4.3. Bočna statička stabilnost 26

5. Linearni model dinamike letjelice 28

5.1.Konfiguracija za analizu – referentno stanje 31

6. Analiza dinamičke stabilnosti letjelice 32

6.1. Analiza dinamike u *XFLR5* 32

6.2. Analiza uzdužnog gibanja 33

6.3. Analiza bočnog gibanja 37

6.4. Odziv sustava na poremećaj 39

7. Ocjena kvalitete upravljivosti letjelice 45

8. Zaključak 49
Literatura 51
Popis slika 52
Popis tablica 53
Popis kratica 53
Popis oznaka 54

1. UVOD

Tijekom akademskih godina 2015./2016. i 2016./2017., studenti druge godine diplomskog studija aeronautike samostalno su izrađivali bespilotnu letjelicu kanard konfiguracije koj se koristi za snimanje terena i izviđanje. Prvotno je izrađen umanjeni model bespilotne letjelice za koji su određene neke aerodinamičke značajke numeričkim i grafičkim metodama pomoću računalnog programa *XFLR5.*

Svrha ovog rada jest postaviti temelje za daljnju nadogradnju, analizu i fizičku izradu bespilotne letjelice. Nadalje, cilj rada je odrediti linearni model letjelice i matematičkom analizom ocijeniti stabilnost i kvalitetu upravljanja letjelicom.

Program *XFLR5* koristi se u analizi aeroprofila, krila i letjelica koji lete pri malim Reynoldsovim brojevima. Omogućava dizajn krila i analizu istih na temelju metode vrtložne rešetke (eng. *Vortex Lattice Method*), 3D panelne metode (eng. *3D Panel Method*) i nelinearne metode nosećih linija (eng. *Lifting Line Theory*). Za preliminarne izračune koristi se metoda vrtložne rešetke radi veće pouzdanosti u odnosu na 3D panelnu i nelinearnu metodu nosećih linija. Metoda vrtložne rešetke tretira krilo kao beskonačno tanku ploču koja se sastoji od velikog broja vrtloga za proračun uzgona i induciranog otpora, ali pri tome se ne uzima u obzir utjecaj viskoznosti. Iz tog razloga potrebno je eksperimentalnom metodom letjelicu testirati u stvarnim uvjetima.

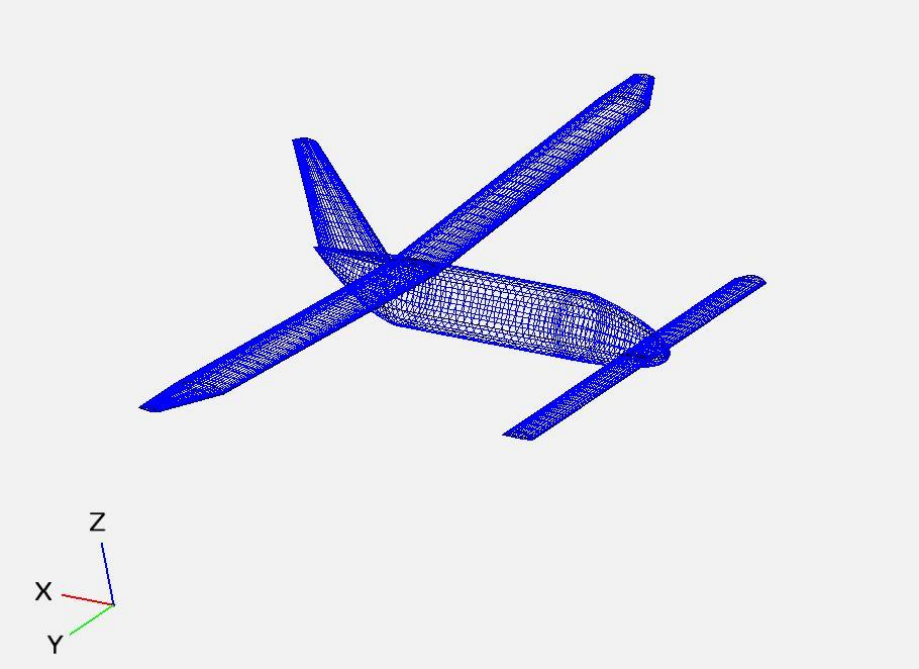
Prije izrade letjelice zamišljenih gabarita izgrađen je umanjeni fizički model koji služi kao eksperimentalni primjerak jer se i analize performansi i stabilnosti provode eksperimentalno. Važno je procijeniti i aerodinamičke karakteristike koje se uz pogonske i inercijske značajke koriste za određivanje statičke i dinamičke stabilnosti kod uzdužnog i bočnog gibanja. Na kraju, prikazana je kvaliteta upravljanja letjelicom prema MIL–F–8785C standardu gdje se može ocijeniti pripada li letjelica u razinu performansi kvalitete upravljanja za koju je namijenjena.

2. ODABRANA KONFIGURACIJA BESPILOTNE LETJELICE

2.1. KONCEPTUALNI RAZVOJ LETJELICE

Nit vodilja cijelog projekta je izrada bespilotne letjelice nekonvencionalnog izgleda (kanard umjesto klasičnog horizontalnog repa) koja je u svojoj eksploataciji višenamjenska. Odabrana je zadaća izviđanja i nadzora (požara, granica, potraga i spašavanje) za što su potrebne velika brzina, dolet i istrajnost leta. Nakon što se razvojni tim usuglasio oko same namjene i poželjnih parametara letjelice, daljnji dizajn i izrada podređeni su njenoj namjeni.

Za dizajn bespilotne letjelice koriste se CAD (eng. *Computer – aided design*, CAD) programi *XFLR5*, *OpenVSP* i *SketchUp*. U programu *XFLR5* model letjelice se pomoću metode vrtložne rešetke aerodinamički analizira jer osigurava veću pouzdanost od ostalih metoda koje program nudi – 3D panelne metode i nelinearne metode nosećih linija. 3D panelna metoda ima za svoju manu nemogućnost analize svih uzgonskih površina odjednom, već je moguće analizirati samo krilo letjelice. Analiza se provodi prvenstveno kako bi se dobio uvid u dimenzioniranje krila i određivanje stabilnosti pri valjanju (oko *x* osi letjelice), ali i kako bi se dobio uvid u uzdužnu stabilnost letjelice (oko *y* osi letjelice). Pregled konačnog dizajna letjelice nalazi se na slici 1.



Slika 1. Dizajn letjelice u OpenVSP[1]

[1] Preuzeto iz [9]

2.2. UZGONSKE POVRŠINE

2.2.1. KRILA

Dizajn krila od iznimne je važnosti za svaku letjelicu. Razlog tome je što su ona glavne uzgonske površine i treba se osigurati kvalitetna izrada istih. Bitno je znati namjenu letjelice za pravilni odabir aeroprofila koji čini krilo. S obzirom da je letjelici potrebna velika brzina, ali i dolet i istrajnost, odlučeno je koristiti aeroprofil RONCZ 1082 i 1082T VOYAGER (slika 2). Spomenute aeroprofile inače koristi zrakoplov Voyager tvrtke *Scaled Composites* koji je ujedno prvi zrakoplov koji je uspio obletiti svijet bez zaustavljanja ili ponovnog punjenja goriva u zraku. Voyager sa svojim impresivnim karakteristikama poput istrajnosti od čak 216 sati, doleta od 42 212 km i brzine u krstarenju od 195 km/h, prema tome izbor je bio očit. Tablica 1 prikazuje glavne numeričke značajke krila, očitane iz *XFLR5*:

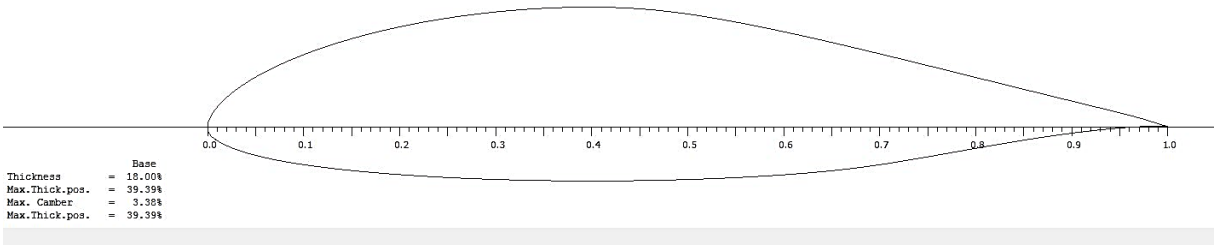
Tablica 1. Karakteristike krila

KRILO	
Raspon krila b_k [m]	1.74
Površina krila S_k [m^2]	0.20775
Opterećenje krila [kg/m^2]	10
Srednja aerodinamička tetiva [m]	0.12148
Vitoperenje krila [°]	-1
Aspektni odnos AR_k	14.573
Suženje krila $\boldsymbol{\lambda}$	2.5
Kut od korijena do vrha krila [°]	3.699

Metode korištene pri izradi krila su gotovo identične onima koje se koriste danas prilikom izgradnje lakih i ultralakih zrakoplova. Koristio se polistiren koji se oblikovao vrućom žicom, a potom presvlačio staklenim vlaknima koja su se lijepila epoksidnom smolom. Na taj način dobila se kompozitna struktura krila koja je vrlo izdržljiva, fleksibilna i lagana, što uvelike doprinosi cjelokupnoj kvaliteti izrade letjelice i uzgonskih površina.

Na krilima se ujedno nalaze i krilca koja služe za upravljanje oko *x* osi letjelice, odnosno za kontrolu valjanja. Krilca se izrađuju pomoću 3D printa koristeći filament od PLA (eng. *Polylactic acid*, PLA) plastike. Isto tako, na njima se nalaze i servo motori, ali i elektromotori s elisama. Servo motori ugrađuju se u krila kako bi se što više smanjio parazitni otpor, a

elektromotori s elisama ugrađuju se pod svako krilo u posebne gondole, ponovno radi smanjenja parazitnog otpora [4].



Slika 2. RONCZ 1082T VOYAGER aeroprofil iz XFLR5[2]

2.2.2. KANARD

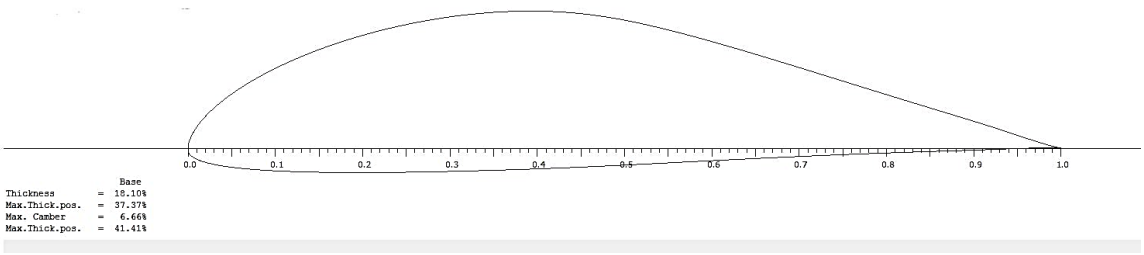
Kanard je uzgonska površina na kojoj se nalaze kormila dubine, a koji se za razliku od klasičnog horizontalnog stabilizatora nalazi ispred središta mase letjelice. Omogućava propinjanje i poniranje letjelice i ima destabilizirajuće djelovanje na ponašanje letjelice u vertikalnoj ravnini. Taj negativni utjecaj poništava se postavljanjem središta mase letjelice što više ispred aerodinamičkog centra srednje aerodinamičke tetive krila. Na taj način osigurava se stabilizirajući moment propinjanja (osigurava se da je promjena koeficijenta momenta propinjanja po napadnom kutu negativna vrijednost $C_{m_\alpha} < 0$).

Cijeli kanard napravljen je aditivnom tehnologijom 3D printa, glavni dio zajedno s pripadajućim kormilima dubine s procjepom. Odlučeno je staviti kormila dubine s procjepom radi osiguranja da se slom uzgona prvo manifestira na kanardu pa tek onda na krilu. Na taj način osigurava se zaštita krila od sloma uzgona (detaljnije objašnjenje u poglavlju 3.3.). Kod 3D ispisa moguće je kontrolirati količinu ispune filamenta pa se na taj način regulira i masa cijelog kanarda. Kroz kanard je isprintana i noseća ramenjača koja sprječava savijanje. Zbog toga što je duljina kanarda veća od maksimalne duljine koju 3D printer može isprintati, kanard se printa u dva dijela koji se međusobno spajaju i lijepe. Ista metoda se primjenjuje kod kormila dubine. Za aeroprofil kanarda koristi se također Voyagerov aeroprofil kanarda koji je RONCZ 1046 (slika 3) [1].

[2] Preuzeto iz [12]

Tablica 2. Karakteristike kanarda

KARAKTERISTIKE KANARDA	
Raspon b_c [m]	0.712
Površina S_c [m^2]	0.05696
Srednja aerodinamička tetiva [m]	8
Aspektni odnos AR_c	8.9



Slika 3. RONCZ 1046 VOYAGER aeroprofil iz XFLR5[3]

2.3. VERTIKALNI STABILIZATOR (REP)

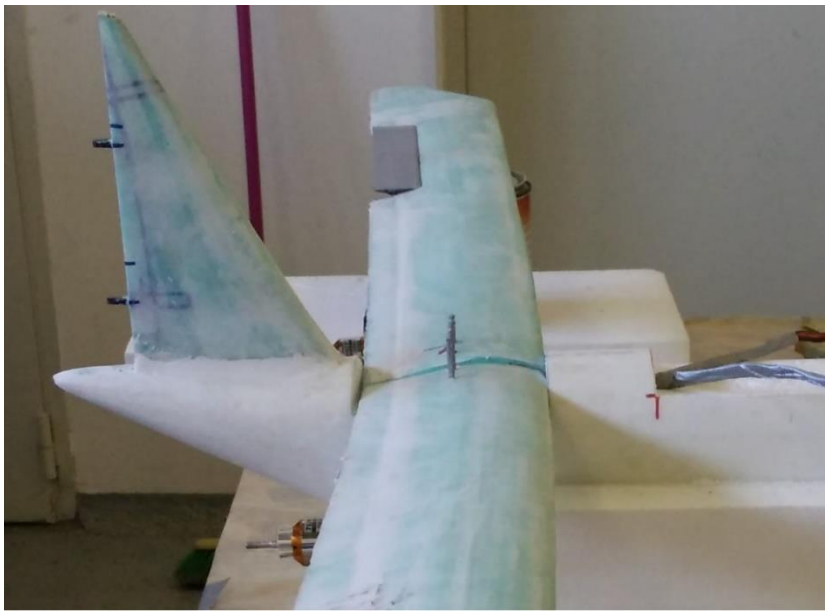
Rep letjelice ili vertikalni stabilizator jedan je od ključnih elemenata konstrukcije letjelice. Osigurava direkcionalnu stabilnost letjelice i omogućava upravljanje oko *z* osi pomoću kormila smjera koje se nalazi na njemu. Veličina repa primarno ovisi o udaljenosti, kraku od položaja repa i središta mase letjelice. Što je ta udaljenost veća, vertikalni stabilizator treba, odnosno može biti manji. Aeroprofil korišten u izradi vertikalnog stabilizatora je simetrični NACA 0016.

Veličina, udaljenost od krila, smještaj repa i druge značajke, određuju se eksperimentalnom metodom pokušaja i pogreške. Razvojni tim ima na umu činjenicu da udaljenost od krila, ali i veličina repa vrlo su bitne značajke, tako da se konceptualni razvoj odvija oko tih činjenica, ali i onih navedenih u prvom odlomku ovog poglavlja. Rep mora osigurati moment koji će uslijed djelovanja poremećaja na letjelicu, vratiti letjelicu u ravnotežni položaj. Konačni izgled repa rezultat je sporazumne odluke.

Vertikalni stabilizator napravljen je od polistirena oblikovanog vrućom žicom a kormilo smjera napravljeno je 3D printom. Dio repa od polistirena presvučen je staklenim vlaknima

[3] Preuzeto iz [12]

koja se lijepe epoksidnom smolom radi veće čvrstoće. Tako su sve upravljačke površine letjelice napravljene aditivnom tehnologijom 3D printa kako bi se osigurala preciznost izrade, kvaliteta, izdržljivost i ostale povoljne karakteristike. Slika 4 prikazuje vertikalni stabilizator prije ugradnje kormila pravca.



Slika 4. Vertikalni stabilizator prije ugradnje kormila smjera

Kormilo pravca ugrađeno je nakon što je rep letjelice oblikovan i izrađen. Kormilo je napravljeno od dva dijela koja se spajaju u sredini i lijepe. Tako spojeno kormilo se ugrađuje na rep i spaja sa servo aktuatorom. Slika 5 prikazuje ugrađeno kormilo pravca na vertikalni stabilizator.



Slika 5. Kormilo pravca na vertikalnom stabilizatoru

2.4. TRUP

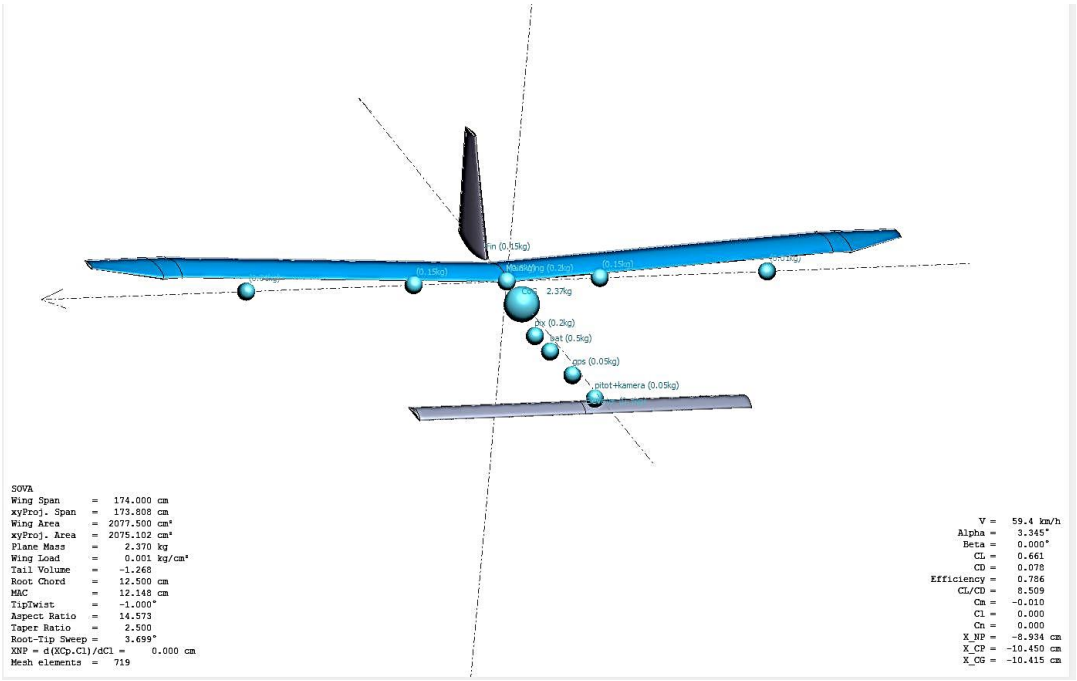
Trup služi za smještanje putnika, tereta, instalacija, avionike, goriva i ostalih komponenti. U njemu je smještena elektronika letjelice poput modula autpilota, baterija, GPS-a (eng. *Global Positioning System*, GPS), GNSS (eng. *Global Navigation Satellite System*, GNSS) modula, radio-visinomjera, šupljeg prostora za balast, kameru ili neku drugu buduću opremu. Također, na trupu su spojevi s krilima, kanardom, vertikalnim stabilizatorom kao i Pitot-statička cijev te podvozje.

Problem kod programa *XFLR5* je u tome što u proračune otpora, stabilnosti i upravljivosti ne uzima trup i njegov doprinos u cijeloj aerodinamici. Iz tog razloga trup se u programu mora reprezentirati kao skup točkastih masa kako bi se dobili momenti inercije i tromosti. Tablica 3 prikazuje numeričke značajke trupa preuzete i očitane iz *XFLR5*.

Tablica 3. Karakteristike trupa letjelice

TRUP	
Duljina *l* [m]	1.74
Promjer *d* [m]	0.265
SREDIŠTE MASE	
Ukupna masa *m* [kg]	2.37
Položaj na *x* osi [cm]	-10.415
Položaj na *y* osi [cm]	0
Položaj na *z* osi [cm]	-1.394
MOMENTI INERCIJE U OKVIRU SREDIŠTA MASE	
I_{xx} [kgm^2]	0.06948
I_{yy} [kgm^2]	0.09587
I_{zz} [kgm^2]	0.15726
I_{xz} [kgm^2]	-0.01693

Na slici 6 prikazana je aproksimacija trupa letjelice u *XFLR5* programu kao niz točkastih masa koje predstavljaju razne komponente letjelice, kao što su: GPS, motori, krila, autopilot, baterije, kamera, Pitot-statička cijev i ostalo.



Slika 6. Aproksimacija trupa letjelice točkastim masama u XFLR5[4]

Trup se, kao i ostale glavne komponente, razvija metodom pokušaja i pogreške. Od nekoliko različitih ideja i dizajna, izabran je trenutni dizajn trupa. Napravljen je kombinacijom rezanja polistirena vrućom žicom i korištenja brus papira, nakon čega je presvučen staklenim vlaknima i epoksidnom smolom. Unutrašnjost trupa je izdubljena kako bi se napravilo mjesta za svu opremu.

2.6. POGONSKA GRUPA

Letjelicu pogone dva *Turnigy Aerodrive 2830/11* motora bez četkica (eng. *brushless*), snage 210 W. S obzirom na masu letjelice (2.37 kg), snaga motora je dovoljna za let što je potvrđeno prilikom testiranja. Letjelica je pri 60% snage već rotirala. Kod mase letjelice od oko 5 kg (predviđeno za najzahtjevniju misiju s najviše opreme), odnos snage i mase je 84 W/kg što treba potvrditi ispitivanjem u letu da letjelica ima dovoljno snage za svoju namjenu pri maksimalnoj masi.

Motori su smješteni u gondole koje su izrađene 3D printom i postavljene na svako krilo i zalijepljene epoksidnom smolom. Gondole svojim oblikom prate donjaku krila i tako minimalno utječu na aerodinamiku (stvarajući otpor) i potrebno je malo epoksidne smole kako

[4] Preuzeto iz [12]

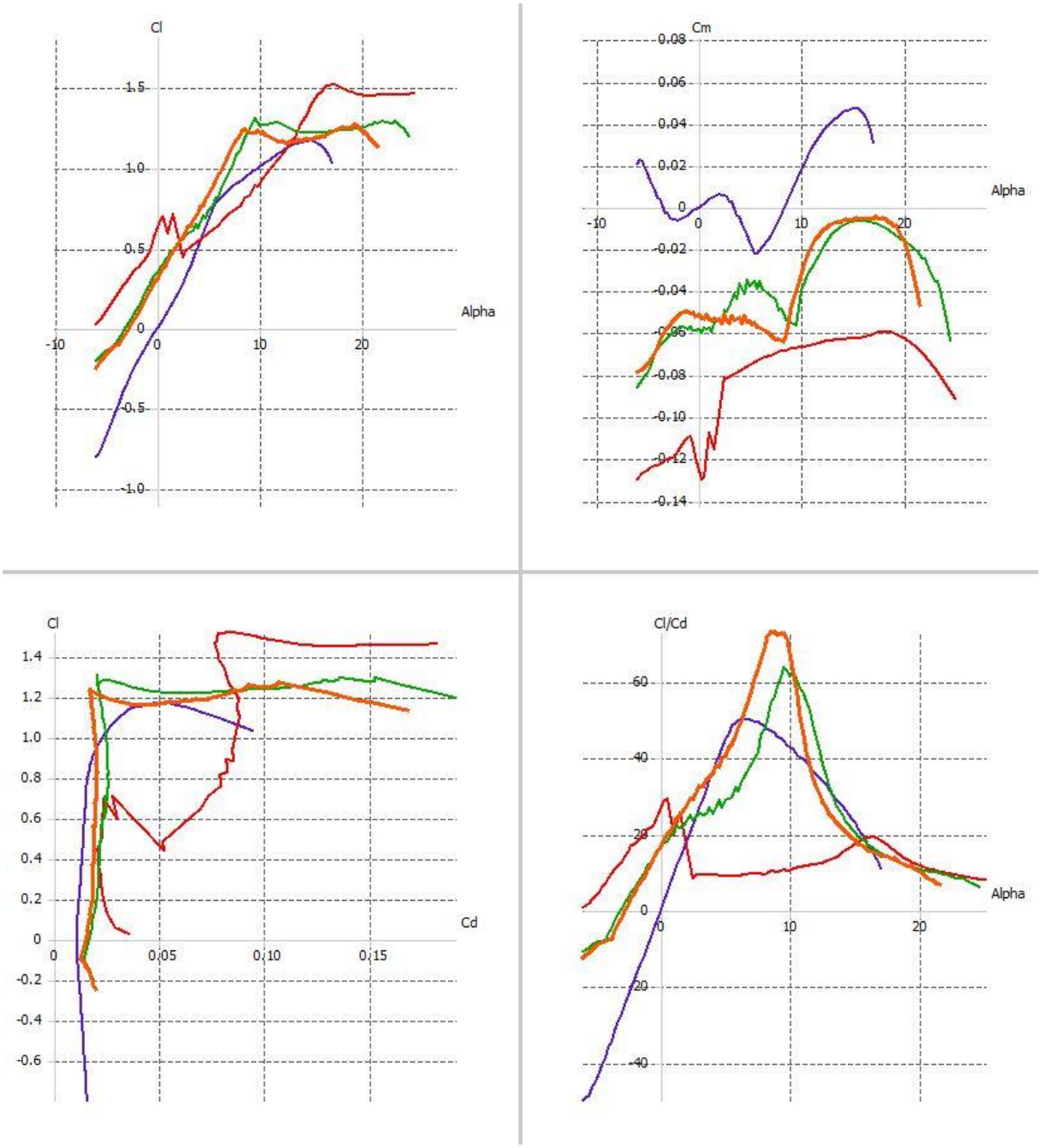
bi ih se pričvrstilo. Također, dizajn gondola napravljen je u *SketchUp* programskom paketu, a u njih su dizajnirani i procjepi za hlađenje motora i ESC-ova (eng. *Electronic Speed Controller*, ESC). Potrebno je spomenuti da motori imaju gurajuće elise, za razliku od klasičnih elisa koje vuku letjelicu u smjeru leta. U tablici 4 prikazani su osnovni parametri elisa koje se koriste na letjelici. Elise su odabrane vodeći se principom potrebe i namjene. Letjelici trebaju brzina, dolet i istrajnost, a klasične elise, dimenzija 10x4 inča ne omogućavaju iskorištavanje potencijala, odnosno snage motora u potpunosti. Stoga je odlučeno uzeti bolje, 10x7 inča elise koje zadovoljavaju potrebe letjelice.

Tablica 4. Dimenzije elisa Aerostar Composite Propeller 10x7 inča

ELISA	
Promjer $\boldsymbol{d_e}$[m]	0.254
Korak [m]	0.127

3. PROCJENA AERODINAMIČKIH KARAKTERISTIKA LETJELICE

Za procjenu aerodinamičkih karakteristika letjelice koriste se grafovi dobiveni iz *XFLR5* za svaki od aeroprofila koji se nalaze na letjelici. Grafovi su polazišna točka za daljnje razmatranje. Na slici 7 prikazani su grafovi ovisnosti: koeficijenta uzgona o napadnom kutu, koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu, koeficijenta uzgona o koeficijentu otpora i omjera koeficijenta uzgona i otpora o napadnom kutu. Za pojašnjenje, aeroprofili i pripadajuće boje krivulja su: RONCZ 1082 (zelena krivulja) aeroprofil za krilo (od korijena), RONCZ 1082 (narančasta krivulja) aeroprofil za krilo (vrh krila), RONCZ 1046 (crvena krivulja) aeroprofil za kanard i NACA 0016 (ljubičasta krivulja) simetrični aeroprofil za terminezon na kraju krila (eng. *winglet*) i rep. Grafovi daju aproksimaciju aerodinamičkih veličina koje se dalje razrađuju u poglavljima 3.1., 3.2. i 3.3.



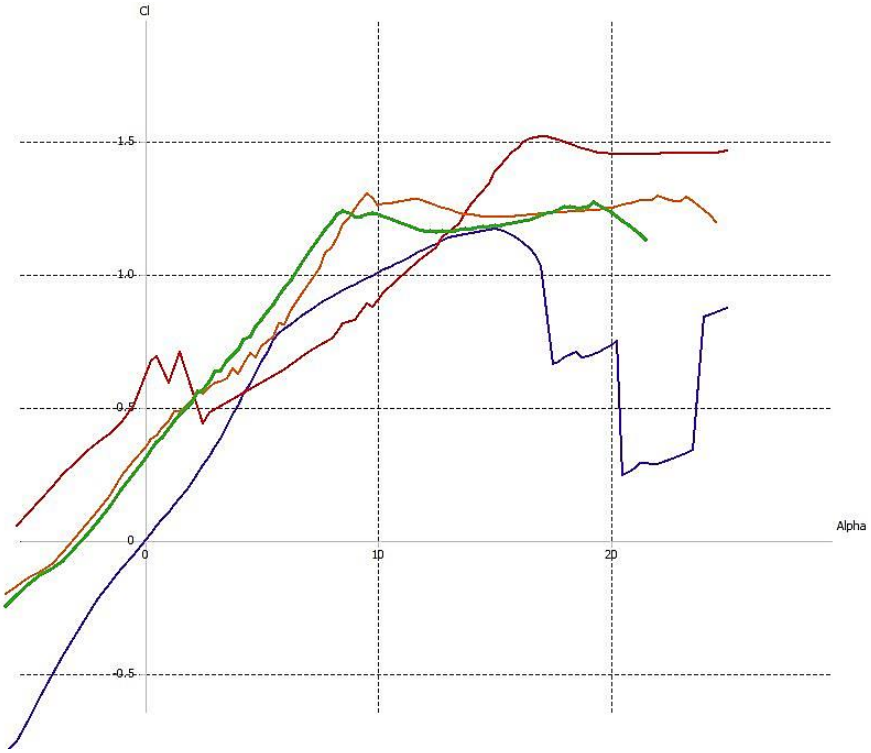
Slika 7. Aeroprofili letjelice i njihove aerodinamičke karakteristike[5]

3.1. PROCJENA UZGONA

Proračun uzgona za letjelicu izvršen je eksperimentalnom metodom gdje se u *XFLR5* obradila analiza svih aeroprofila koji se koriste prilikom izgradnje letjelice. Aeroprofili koji su sudjelovali u analizi su: RONCZ 1046 (crvena krivulja) aeroprofil za kanard, RONCZ 1082 (zelena krivulja) aeroprofil za krilo (od korijena), RONCZ 1082 (narančasta krivulja) aeroprofil

[5] Preuzeto iz [12]

za krilo (vrh krila) i NACA 0016 (ljubičasta krivulja) simetrični aeroprofil za terminezon na kraju krila (eng. *winglet*). Analiza ovisnosti koeficijenta uzgona C_L o napadnom kutu α nalazi se na slici 8.



Slika 8. Krivulje ovisnosti koeficijenta uzgona o napadnom kutu za sve aeroprofile[6]

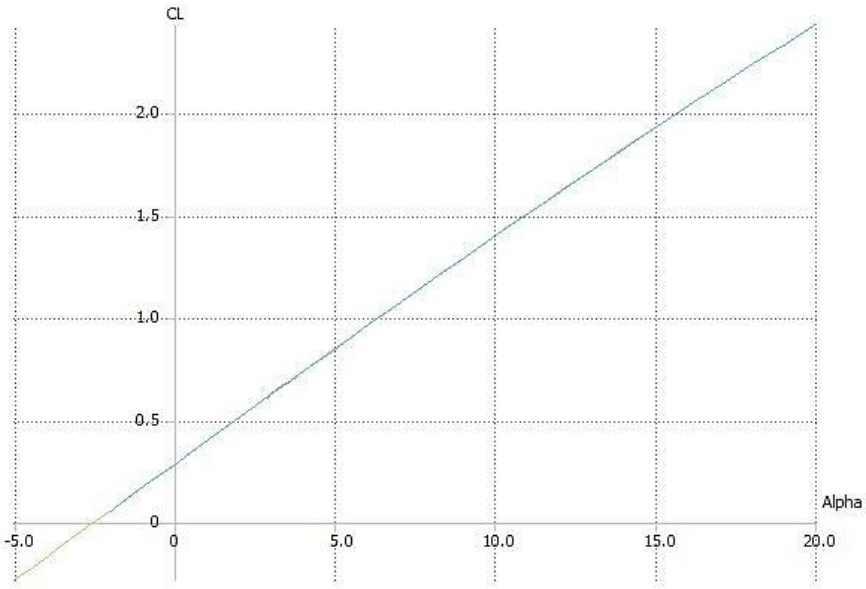
Slika 8 prikazuje jednu zanimljivost. Naime, svrha kanarda kao takvog jest da se na njemu prvo slomi uzgon, pa tek onda na krilu. Vidljivo je iz grafa da je situacija obrnuta – dolazi do sloma uzgona prvo na krilu a tek onda na kanardu. Ova analiza je jedna od najbitnijih jer se uviđa važnost provedbe takve analize, odnosno dobivaju se smjernice za daljnji razvoj letjelice. Iz svega navedenog, odlučeno je dobiti upravo zavisnost koja je poželjna – da se na kanardu prvo slama uzgon, a postiže se ugradnjom kormila dubine s procjepom. Time se osigurava kvalitetnije upravljanje graničnim slojem kanarda, povećava se efikasnost uzgonske površine kanarda te se postiže da se trenutna krivulja aeroprofila kanarda translatira dijagonalno desno na grafu. Izgled kormila dubine s procjepom prikazan je na slici 9. S obzirom da *XFLR5* ne daje mogućnost analize upravljačke površine s procjepom i usporedbe s prethodnom inačicom, vjerodostojnost i isplativost odluke da se ugradi kormilo dubine s procjepom potrebno je odraditi na terenu – testiranjem.

[6] Preuzeto iz [12]



Slika 9. Kormilo dubine s procjepom

U kasnijoj fazi razvoja letjelice, napravljen je ovjes koji omogućava tri strupnja slobode gibanja, a koji je ovješen na gredu koja se montira na vozilo. Letjelica se ovjesila o gredu i u testu tijekom vožnje uočeno je da najprije dolazi do sloma uzgona na kanardu, a tek onda na krilu što ujedno potvrđuje ispravnost odluke da se ugradi kormilo dubine s procjepom. Test je izvršen uz pomoć ovjesa pri brzini od 50 km/h uz puni otklon kormila dubine prema dolje (eng. *pitch up*), a letjelica je odreagirala povećanjem napadnog kuta i potom kratkotrajnim zadržavanjem tog kuta (kritični napadni kut) te zatim spuštanjem nosa i daljnjim ubrzavanjem i vraćanjem u početni ravnotežni položaj.



Slika 10. Ovisnost koeficijenta uzgona cijele letjelice o napadnom kutu[7]

[7] Preuzeto iz [12]

Slika 10 predstavlja ovisnost koeficijenta uzgona C_L o napadnom kutu α. Graf pokazuje gotovo linarnu međuovisnost obje veličine. Linearna ovisnost nije točna, već program ne uzima u obzir viskoznost u 3D strujanju kao varijablu, pa po grafu ni ne dolazi do sloma uzgona. Slom uzgona svakog pojedinog aeroprofila moguće je dobiti iz programa *Xfoil* i na taj način očitati maksimalni koeficijent uzgona $C_{L_{max}}$ za svaki pojedini aeroprofil ali i kritični napadni kut α_{kr}. Međutim to nije trajno rješenje, kritični napadni kut za cijelu letjelicu treba se eksperimentalno odrediti. Iz grafa na slici 10 moguće je očitati kut nultog uzgona za krilo α_{L0} , koji je -2.5°. Također, vidljiv je i koeficijent uzgona C_{L_0}krila kod nultog napadnog kuta i iznosi 0.28.

Za proračun C_{L_α}krila, koriste se sljedeći podaci iz tablice 1 u kombinaciji s podacima dobivenim u *XFLR5* poput gradijenta aeroprofila $(C_{l_\alpha})_k = 6.24$. Formula koja se koristi za proračun prikazana je u nastavku (1).

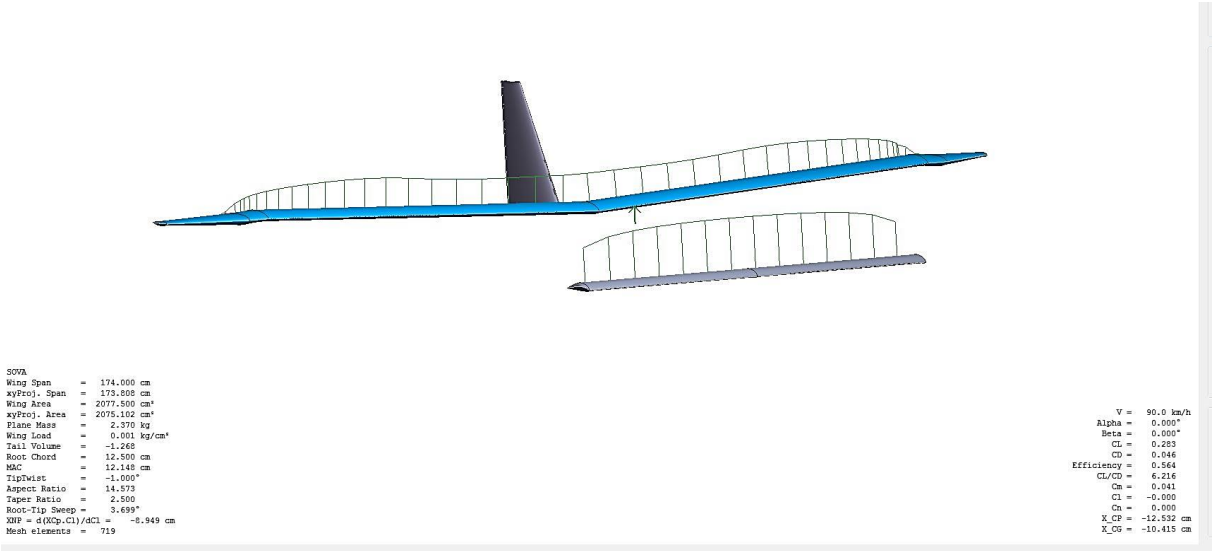
$$(C_{L_\alpha})_k = \frac{2\pi AR_k}{2 + \sqrt{4 + \left(\frac{2\pi AR_k}{(C_{l_\alpha})_k}\right)^2 \left(1 + \frac{tan^2\Lambda_t}{\beta^2}\right)}} \tag{1}$$

Uvrštavanjem podataka u formulu, dobivena je vrijednost gradijenta $(C_{L_\alpha})_k = 5.45$.

Proračunom gradijenta aeroprofila za kanard dobila se vrijednost $C_{l_\alpha} = 5.57$. Dalje je vrijednost C_{l_α} za aeroprofil kanarda uvrštena u formulu (2) i dobivena je vrijednost $(C_{l_\alpha})_c$ za cijeli kanard koja također iznosti 4.57. Koriste se i podaci iz tablice 2 za proračun.

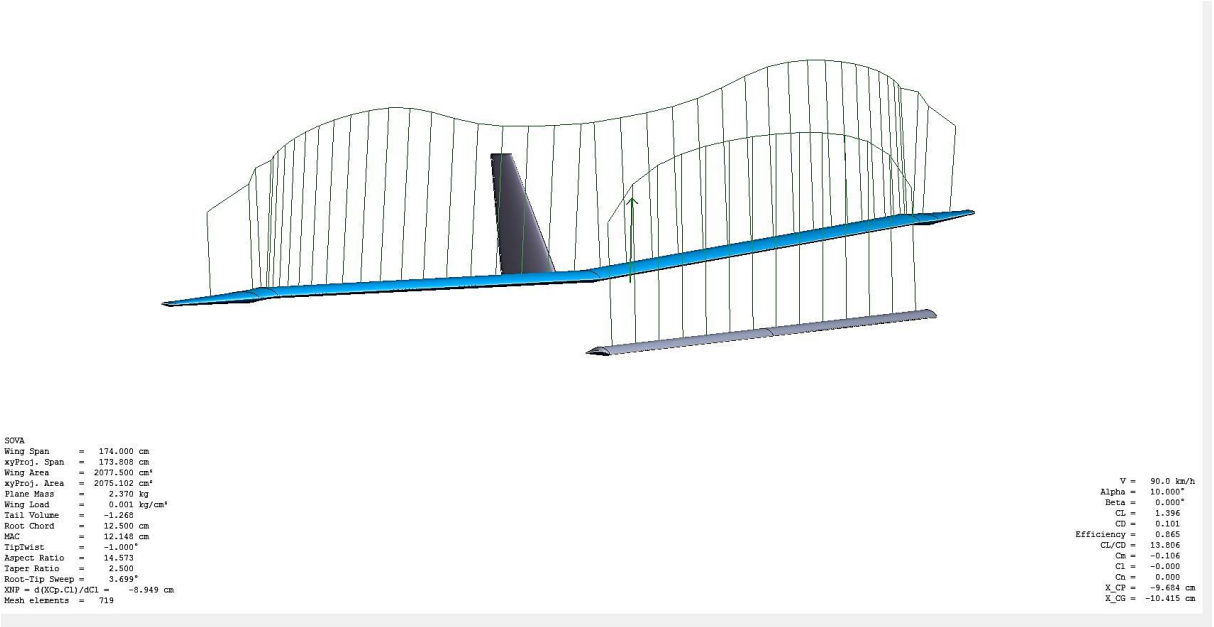
$$(C_{L_\alpha})_c = \frac{2\pi AR_c}{2 + \sqrt{4 + \left(\frac{2\pi AR_c}{(C_{l_\alpha})_c}\right)^2 \left(1 + \frac{tan^2\Lambda_t}{\beta^2}\right)}} \tag{2}$$

Na slici 11 prikazana je raspodjela uzgona duž krila i kanarda pri α = 0°, brzini od 25 m/s. Vidljivo je da je kanard uzgonski opterećenija površina jer je veći intenzitet uzgona na manjoj površini, za razliku od krila.



Slika 11. Simulacija rasporeda uzgona pri horizontalnom letu[8]

Prikaz rasporeda uzgona uzduž uzgonskih površina kod napadnog kuta od 10° i brzini od 25 m/s prikazan je na slici 12. Uzgon je ponovno veći na kanardu (gledajući s perspektive površine kanarda), a sada pri ovakvom položaju letjelice dolazi do djelomičnog prestrujavanja s kanarda na krilo. Prestrujavanje remeti stvaranje uzgona na krilu i pri trenutnom napadnom kutu trebalo bi doći do sloma uzgona na kanardu, kao što je opisano u poglavlju 3.1.

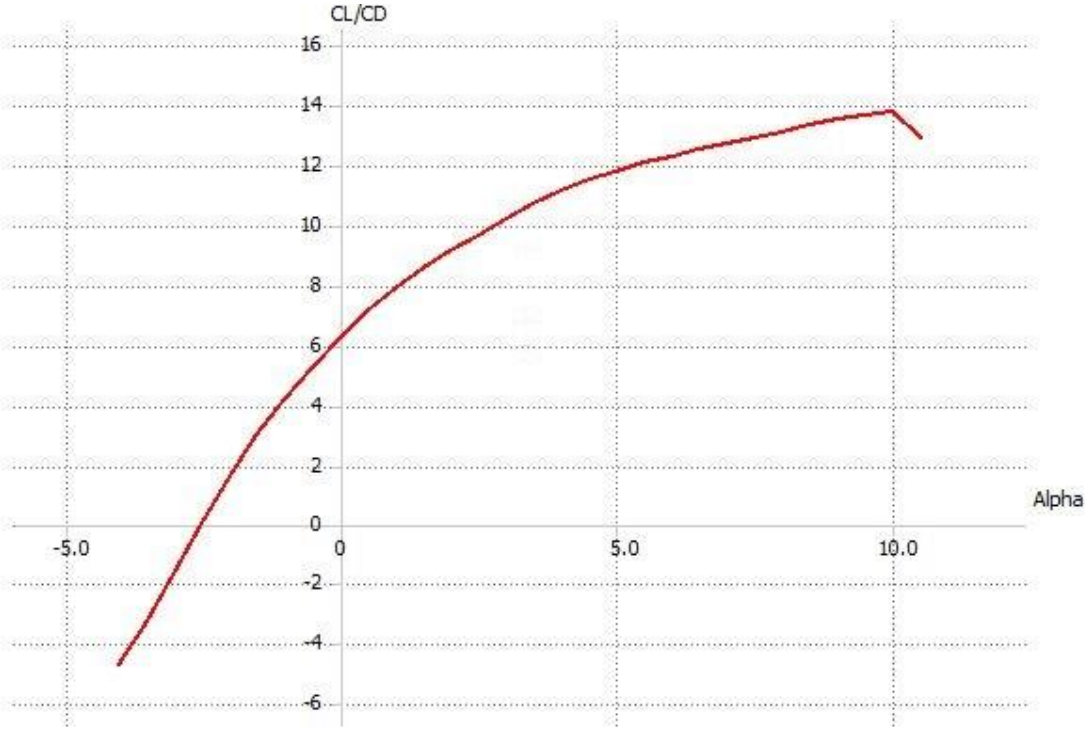


Slika 12. Simulacija rasporeda uzgona pri $\boldsymbol{\alpha = 10°}$[9]

[8] Preuzeto iz [12]
[9] Preuzeto iz [12]

3.2. PROCJENA OTPORA

Otpor letjelice narušava njene performanse i stoga ga je jako bitno kvalitetno procijeniti prije početka eksploatacije. U *XFLR5* moguć je prikaz aproksimacije otpora trenja i induciranog otpora, ali te vrijednosti se nikako ne mogu uzeti kao točne već isključivo kao reference za okvirnu procjenu otpora. Aproksimacija je bazirana na ekstrapolaciji podataka iz 2D strujanja. Na sljedećoj slici prikazana je ovisnost koeficijenta uzgona i otpora o napadnom kutu. Radi se o zbroju induciranog i viskoznog otpora.

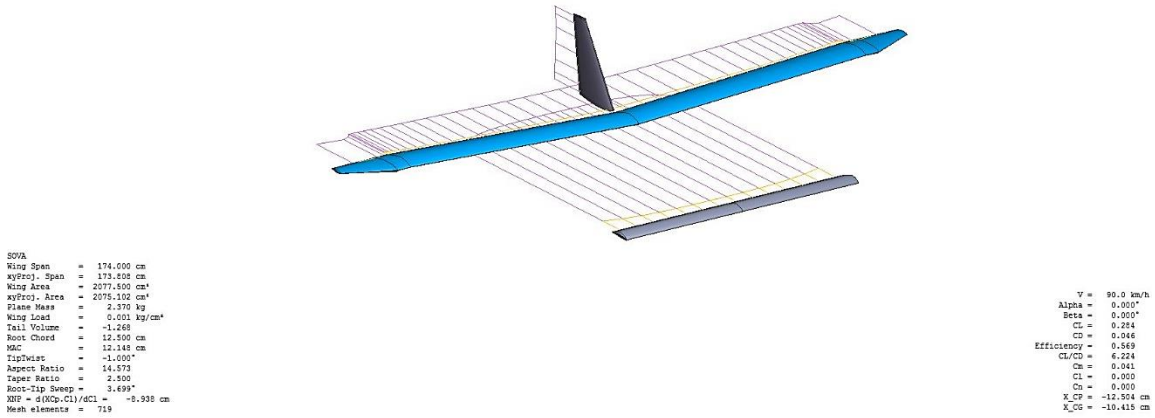


Slika 13. $\boldsymbol{C_L\ /C_D}$ *dijagram*[10]

Na slici 13 prikazano je koliko je više uzgona generirano u odnosu na otpor za pojedinu vrijednost napadnog kuta. Tako se može očitati da je maksimalan odnos razlomka koeficijenta uzgona i koeficijenta otpora vrijednost 13.8 na $\alpha = 10°$. Cilj pri projektiranju bilo kakve letjelice jest dobiti što veći odnos tih dvaju koeficijenata koji ukazuju na bolju ekonomičnost letjelice, bolje performanse u penjanju i odnos za najbolji dolet (eng. *best glide ratio*). Za nulti napadni kut, vrijednost $C_L\ /C_D$ jednaka je 6.2. Odnos $C_L\ /C_D$ jednak je 0 pri napadnom kutu od -2.50°.

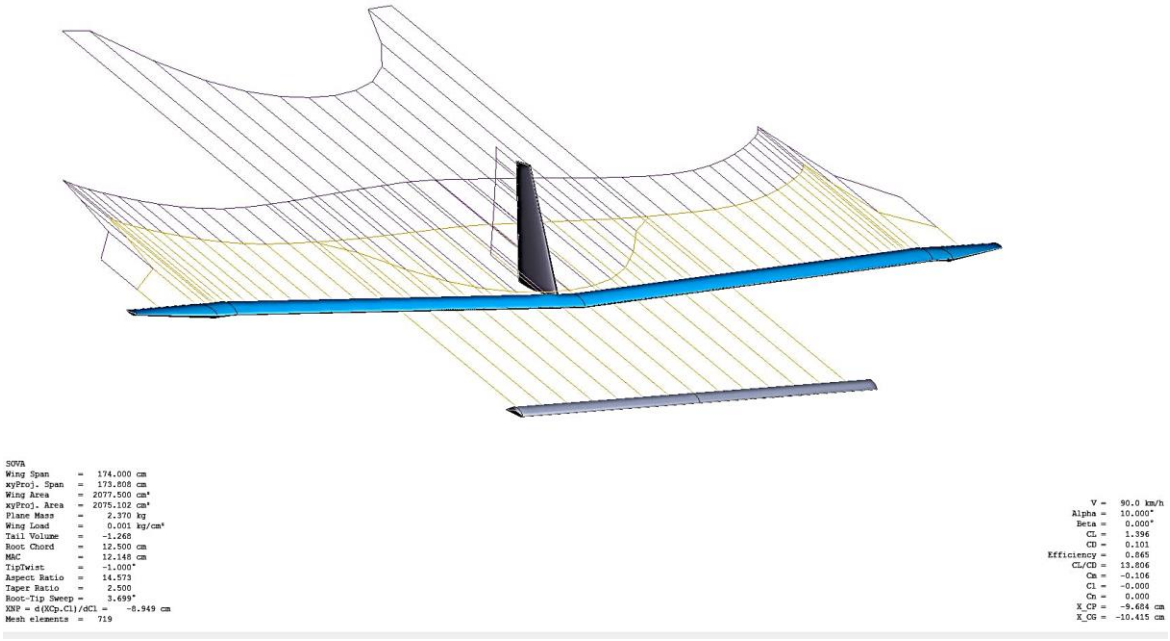
[10] Preuzeto iz [12]

Otpor letjelice zbroj je nultog otpora C_{D_0} i induciranog otpora C_{D_i}. Nulti otpor se još dijeli na otpor trenja, otpor oblika i valni otpor. Slike 14 i 15. prikazuju otpor trenja i inducirani otpor na letjelici pri $\alpha = 0°$.



Slika 14. Otpor trenja i inducirani otpor pri $\boldsymbol{\alpha = 0°}$[11]

Slika 14 predstavlja simulirani izgled otpora trenja i induciranog otpora na uzgonskim površinama letjelice pri napadnom kutu 0° i brzini od 25 m/s.



Slika 15. Viskozni otpor i inducirani otpor pri $\boldsymbol{\alpha = 10°}$[12]

[11] Preuzeto iz [12]
[12] Preuzeto iz [12]

Simulacija odnosa induciranog otpora i viskoznog otpora prikazana je na slici 15, uz napadni kut 10° i brzinu od 25 m/s.

3.3. PROCJENA MOMENTA LETJELICE

Negativni gradijent momenta propinjanja po napadnom kutu letjelice uvjet je za povoljnu uzdužnu statičku stabilnost letjelice, kojom se osigurava da prilikom porasta napadnog kuta i dostizanja kritične vrijednosti istog, kanard se prvi slama, a potom krilo. Nakon toga, nos letjelice se spušta i letjelica ubrzava i na taj način osigurava opstrujavanje oko krila i kanarda gdje se ponovno stvara uzgon i omogućava upravljivost. Dakle koeficijent momenta propinjanja C_{m_α} u ovisnosti o napadnom kutu mora biti negativna vrijednost. Za C_{m_0} vrijedi da je pozitivna vrijednost za povoljnu uzdužnu stabilnosti, što znači da se letjelica vraća u početno stanje nakon djelovanja poremećaja. Poremećaj može povećati ili smanjiti napadni kut te s tog aspekta potrebno je da letjelica zadovolji prethodno spomenuta dva uvjeta (3).

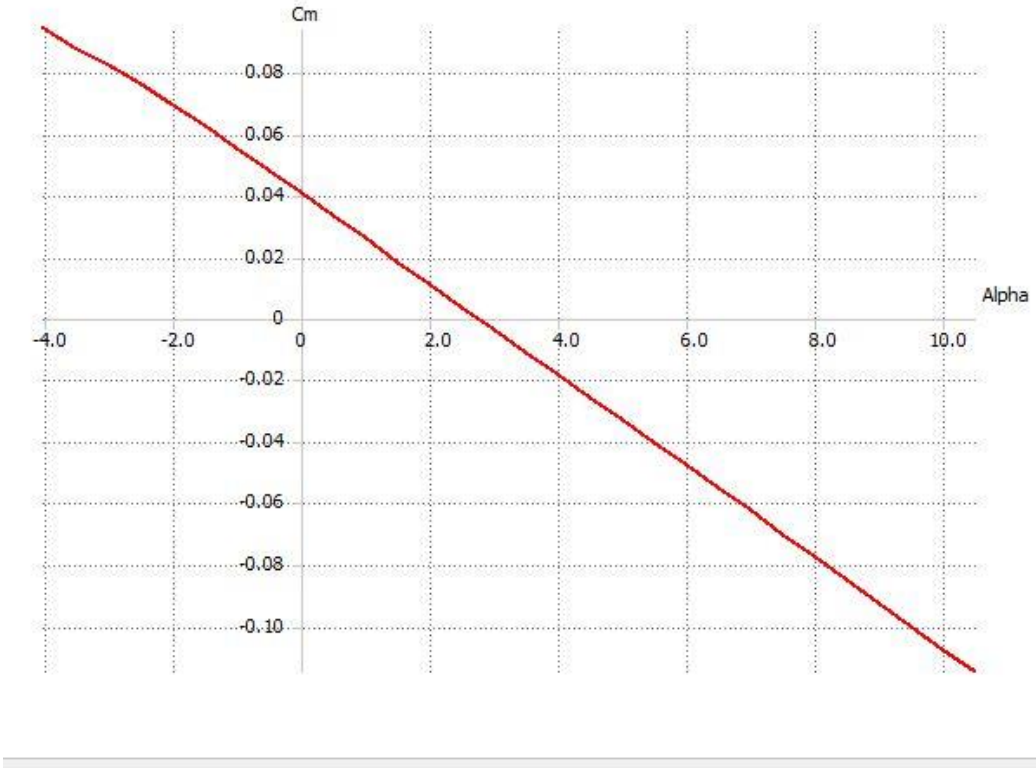
$$C_{m_\alpha} < 0, \qquad C_{m_0} > 0. \tag{3}$$

Ukupni koeficijent momenta propinjanja jednak je zbroju koeficijenata momenata propinjanja pojedinih segmenata letjelice – krila, vertikalnog stabilizatora (repa), tijela, kanarda i motora. S obzirom da *XFLR5* ne nudi mogućnost proračuna svih navedenih koeficijenata momenta propinjanja oko raznih komponenti letjelice, odlučeno je zadovoljiti se rezultatima dijagrama $C_m - \alpha$ koji ujedno potvrđuje stabilnost u uzdužnom gibanju letjelice. Plan je dobiti ostale koeficijente momenta propinjanja, a potom i ukupni koeficijent momenta propinjanja za cijelu letjelicu tek nakon što završi faza testiranja letjelice u zraku.

Da bi došlo do testiranja letjelice, njenih performansi u zraku, prvo treba istu izraditi, napraviti testove stabilnosti na vozilu s dizajniranim ovjesom, testove na tlu (voženje letjelice) a tek na kraju uslijeđuje najbitnije. Međutim, za vrijeme pisanja ovog rada letjelica još uvijek nije došla do konačne faze testiranja pa ukupni koeficijent momenta propinjanja ostaje neodređen.

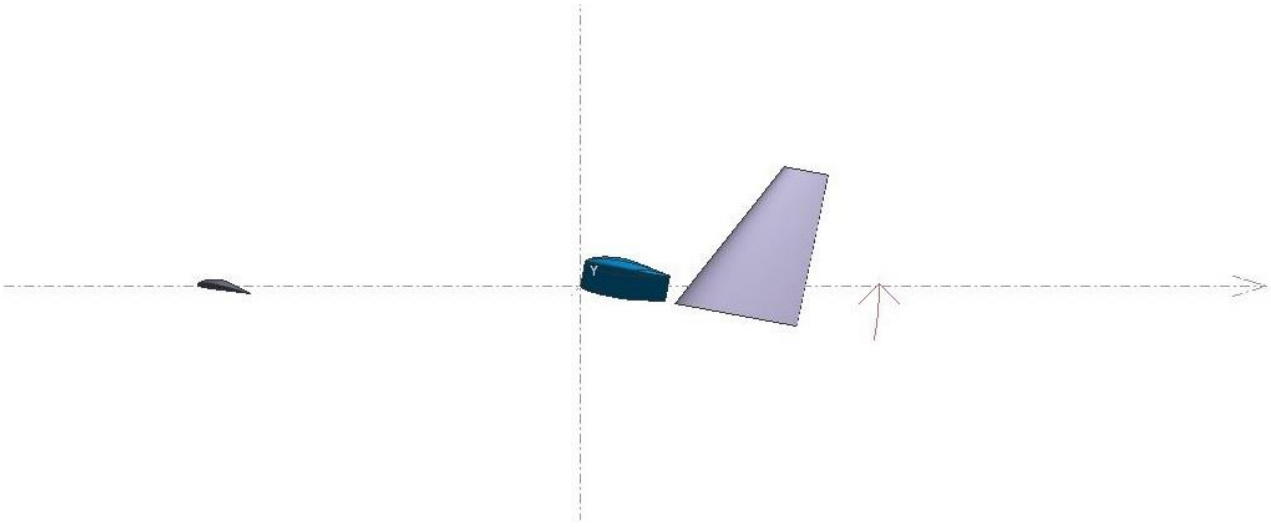
Za proračun ukupnog koeficijenta momenta propinjanja letjelice nakon završenog ispitivanja, koristi se sljedeća formula:

$$C_{m_{uk}} = C_{m_k} + C_{m_c} + C_{m_r} + C_{m_t} + C_{m_m}. \tag{4}$$



Slika 16. Graf odnosa koeficijenta momenta propinjanja i napadnog kuta za letjelicu[13]

Koeficijent momenta propinjanja letjelice nalazi se na slici 16. Letjelica pokazuje povoljne karakteristike vezane uz moment propinjanja, a koje su objašnjene kasnije u radu, u poglavlju 4.2.



Slika 17. Vizualni prikaz momenta propinjanja pri $\boldsymbol{\alpha = 10°}$[14]

[13] Preuzeto iz [12]
[14] Preuzeto iz [12]

Vizualni prikaz simulacije momenta propinjanja letjelice nalazi se na slici 17. Pri napadnom kutu od 10° letjelica ima negativni C_{m_α}, što predstavlja povoljnu karakteristiku.

Koeficijent momenta propinjanja na nultom napadnom kutu, koeficijent momenta propinjanja uslijed promjene napadnog kuta i autoritet kormila dubine mogu se procijeniti korištenjem sljedećih formula:

$$C_{m_0} = V_c \cdot C_{L_{oC}} + C_{m0_{AC}} - C_{m_{0w}}, \tag{5}$$

$$C_{m_\alpha} = V_C \cdot C_{L_{\alpha C}} + C_{m_{\alpha_{AC}}} - \frac{(h_{AC}+h)}{C_{MGC}} C_{L_{\alpha_W}}. \tag{6}$$

Gdje su:

c_{MGC} = srednja aerodinamička tetiva,

h_{AC} = položaj aerodinamičkog centra,

l_C = krak između aerodinamičkog centra kanarda i središta mase,

l_{CW} = krak između aerodinamičkog centra kanarda i krila,

V_c = volumen kanarda,

$C_{m0_{AC}}$ = doprinos longitudinalnoj stabilnosti od dijelova konstrukcije osim krila,

$C_{m_{0w}}$ = moment propinjanja krila uslijed zakrivljenosti aeroprofila,

$C_{L_{oC}}$ = koeficijent uzgona kanarda na nultom napadnom kutu,

$C_{m_{\alpha_{AC}}}$ = doprinos longitudinalnoj stabilnosti od dijelova konstrukcije izuzev krila,

$C_{L_{\alpha_W}}$ = gradijent nagiba grafa uzgona krila [1].

4. ANALIZA STATIČKE STABILNOSTI LETJELICE

Stabilnost bilo kojeg zrakoplova definira se kao tendencija zrakoplova da se vrati u ravnotežni položaj nakon djelovanja nekog poremećaja. Pritom se misli na samostalno vraćanje u ravnotežni položaj, bez ikakvog utjecaja pilota na komande leta (ili operatera letjelice na letjelicu).

Kada se govori o stabilnosti, razmatraju se sljedeći slučajevi:

1. uzdužna (longitudinalna) stabilnost zrakoplova (stabilnost oko osi *y*);
2. poprečna, bočna (lateralna) stabilnost zrakoplova (stabilnost oko osi *x*);
3. direkcionalna stabilnost (stabilnost oko osi *z*).

Stabilnost se još može promatrati na sljedeće načine:

1. pozitivna stabilnost – letjelica se vraća u ravnotežni položaj nakon djelovanja poremećaja;
2. negativna stabilnost – letjelica se ne vraća u ravnotežni položaj nakon djelovanja poremećaja, već povećava devijaciju od referentnog stanja;
3. neutralna stabilnost – letjelica nakon djelovanja poremećaja ostaje u novom položaju, ne vraća se u ravnotežni položaj .

Idealno bi bilo da na kraju svih proračuna i grafičkih prikaza rezultata letjelica je statički stabilna, pokazuje pozitivnu statičku stabilnost. Inače, bilo koja letjelica može biti statički stabilna a dinamički nestabilna, što se donekle može ispraviti ravnomjernom raspodjelom mase untar trupa letjelice i izbjegavanjem koncentriranja mase na rubnim položajima statičke margine [5].

4.1. LONGITUDINALNA (UZDUŽNA) STATIČKA STABILNOST

Kada se spominje uzdužna statička stabilnosti, misli se na stabilnost letjelice oko poprečne *y* osi, odnosno promatra se ponašanje letjelice po njezinom kutu propinjanja. Kut propinjanja može biti pozitivan (nos letjelice iznad horizonta) i negativan (nos letjelice ispod horizonta).

S obzirom da se letjelicom po njenom kutu propinjanja upravlja kormilom dubine, otklon tog kormila dubine δ_m stvara određeni moment oko središta mase letjelice i izaziva penjanje ili spuštanje letjelice.

Važan faktor u cijeloj stabilnosti je i središte mase letjelice. Središte mase je po svojoj definiciji točka, odnosno mjesto na letjelici gdje djeluje rezultanta svih sila koje djeluju na letjelicu. Središte mase je važno za cijeli slučaj statičke uzdužne analize jer njegov položaj CG (eng. *centre of gravity*, CG) određuje stabilnost cijele letjelice. Središte mase se uvijek mora nalaziti unutar dozvoljenih granica, kranjeg prednjeg položaja (eng. *fwd*) i krajnjeg stražnjeg položaja (eng. *aft*), odnosno unutar statičke margine. Statička margina je određena udaljenost između krajnjeg prednjeg položaja i krajnjeg stražnjeg položaja u kojem se letjelica smatra stabilnom. Idealno bi bilo da se središte mase nalazi ispred krila, ispred položaja aerodinamičkog centra krila. Aerodinamički centar krila je točka na tetivi krila za koju je koeficijent momenta propinjanja C_m stalan i neovisan o napadnome kutu. Formula koja predstavlja uzdužnu statičku stabilnost letjelice kanard konfiguracije je:

$$C_m = C_{m0} + C_{m_\alpha} \cdot \alpha + C_{m_{\delta_e}} \cdot \delta_e. \tag{7}$$

Gdje su pritom:

C_{m0} = koeficijent propinjanja na nultom napadnom kutu;

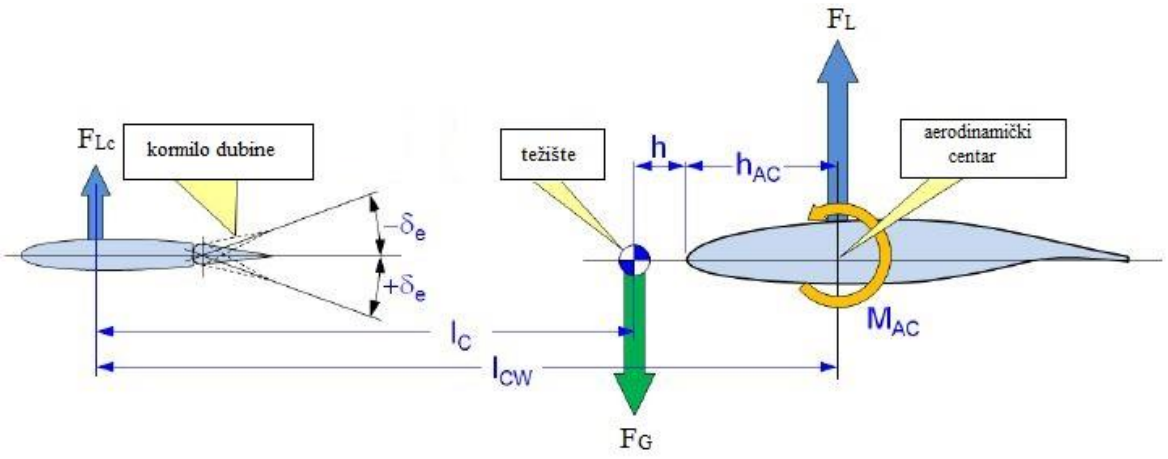
C_{m_α} = promjena u koeficijentu momenta propinjanja uslijed promjene napadnog kuta;

$C_{m_{\delta_e}}$ = promjena koeficijenta momenta propinjanja uslijed promjene otklona kormila dubine;

δ_e = otklon kormila dubine [3].

Sljedeći bitni utjecaj na uzdužnu stabilnost letjelice ima horizontalni stabilizator, njegova udaljenost od krila i površina. Klasične letjelice imaju horizontalni stabilizator iza krila i središta mase, gdje stvara aerodinamičku silu prema dolje, suprotno od smjera sile uzgona koji se stvara na krilu letjelice. Tim efektom regulira se koeficijent momenta propinjanja letjelice. Letjelica koja se opisuje i analizira u ovom radu svojom konstrukcijom je nekonvencionalna. Položaj horizontalnog stabilizatora je ispred središta mase, a takva konstrukcija zove se kanard.

Kanard i krilo stvaraju uzgon u istom smjeru (prema gore). Slika 18 prikazuje koncept letjelice kanard konfiguracije [2].



Slika 18. Položaj horizontalnog stabilizatora kod kanard izvedbe letjelice[15]

Na uzdužnu stabilnost letjelice utječu visina i udaljenost postavljenog horizontalnog stabilizatora u odnosu na krilo. Naime, zbog preblizu postavljenih krila i horizontalnog stabilizatora može doći do prelaska struje zraka s krila na stabilizator što se još naziva i zasjenjenje komandi. Na taj način kormila dubine koja se nalaze na horizontalnom stabilizatoru nisu uopće ili djelomično su učinkovita, što može biti katastrofalno za letjelicu. Zato se stabilizator ili postavlja dovoljno daleko iza krila ili se visinski odvaja od trupa, postavlja na višu poziciju od krila letjelice kako struja zraka iza krila ne bi utjecala na učinkovitost stabilizatora.

Kod letjelice opisane u radu, kormilo dubine nalazi se na kanardu koji je na nosu letjelice u neporemećenoj struji zraka, dakle nema bojazni od zasjenjenja komandi kada se nalaze ispred krila.

Motori letjelice ovješeni su o krila i postavljeni u gondole ispod krila. Moment koji stvaraju također utječe na uzdužnu stabilnost letjelice. Postavljeni su između tetive krila i tetive kanarda i imaju destabilizirajući učinak na ukupnu uzdužnu stabilnost letjelice.

[15] Preuzeto iz [1]

Longitudinalna statička stabilnost letjelice proračunava se za ravnotežni, horizontalni let letjelice, a koriste se veličine koje ovise o napadnom kutu i otklonu kormila dubine. Proračun se vrši preko sljedećih koeficijenata:

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta}\delta_m, \tag{8}$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\delta}\delta_m. \tag{9}$$

Pritom je sila uzgona jednaka težini letjelice, a moment propinjanja jednak je nuli:

$$C_{Lrav} = \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_k}, \tag{10}$$

$$C_m = 0. \tag{11}$$

Kako bi se dalje dobili kut otklona kormila dubine i napadni kut koji kontrira otklonu kormila dubine i uravnotežuje letjelicu, prethodne jednadžbe stavljaju se u oblik matrice:

$$\begin{bmatrix}\alpha_{rav}\\ \delta_{rav}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}C_{L\alpha} & C_{L\delta}\\ C_m & C_{m\delta}\end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix}C_{Lrav} & -C_{L0}\\ 0 & -C_{m0}\end{bmatrix}. \tag{12}$$

S obzirom na manjak podataka od same letjelice, nije moguće kvalitetno matematički izračunati uzdužnu statičku stabilnost, stoga se primarno rad oslanja na grafičku analizu koja je moguća zahvaljujući programu *XFLR5* u kojem su sadržani svi podaci o letjelici.

4.2. GRAFIČKI PRIKAZ UZDUŽNE STATIČKE STABILNOSTI LETJELICE

Uzdužna stabilnost letjelice analizirana je u *XFLR5* računalnom programu, temeljenom na *Xfoil* softveru za 2D prikaz strujanja oko tijela. Kao takav, ne garantira apsolutnu točnost izlaznih podataka, međutim daje dovoljno točne izlazne podatke za analizu. Program ne

aproksimira trup kao tijelo već kao niz točkastih masa, pa prema tome taj aspekt nije moguće zanemariti i potrebno ga je računski dobiti i dodati na ukupni rezultat.

Za analizu letjelice uzeti podaci sadržani u tablici 5.

Tablica 5. Parametri za analizu uzdužne statičke stabilnosti letjelice

ANALIZA UZDUŽNE STATIČKE STABILNOSTI (*XFLR5*)	
Brzina *V* [m/s]	25
Visina *h* [m]	250
Temperatura $\boldsymbol{t_t}$ [°C]	13.4
Raspon napadnih kuteva za analizu [°]	-5 – 15
Masa *m* [kg]	2.37
Srednja aerodinamička tetiva krila *c* [m]	0.12148
Raspon krila *b* [m]	1.74
Gustoća zraka $\boldsymbol{\rho}$ [kg/m^3]	1.225
Kut klizanja β [°]	2
Metoda analize	Metoda vrtložne rešetke

Podaci iz tablice 5 uvršteni su u *XFLR5* i napravljena je analiza uzdužne statičke stabilnosti letjelice a grafički prikaz iste slijedi u nastavku rada.

Iz slike 16, poglavlje 3.3. može se zaključiti da koeficijent momenta propinjanja C_m pada s porastom napadnog kuta, što znači da letjelica ima tendenciju spuštanja nosa prilikom velikih napadnih kuteva. Takvom reakcijom letjelica osigurava ponašanje koje sprječava pojavu sloma uzgona ili, u slučaju pojave istog, osigurava spuštanje nosa letjelice i ubrzavanje kako bi se opstrujavanje oko krila što prije uspostavilo, a s time i uzgon na krilima. Može se zaključiti da je letjelica s tog aspekta statički uzdužno stabilna.

Također, iz grafa se može izračunati jednadžba pravca krivulje ovisnosti koeficijenta momenta propinjanja i napadnog kuta, putem jednadžbe pravca i ona glasi:

$$C_m = -0.015\alpha + 0.041. \tag{13}$$

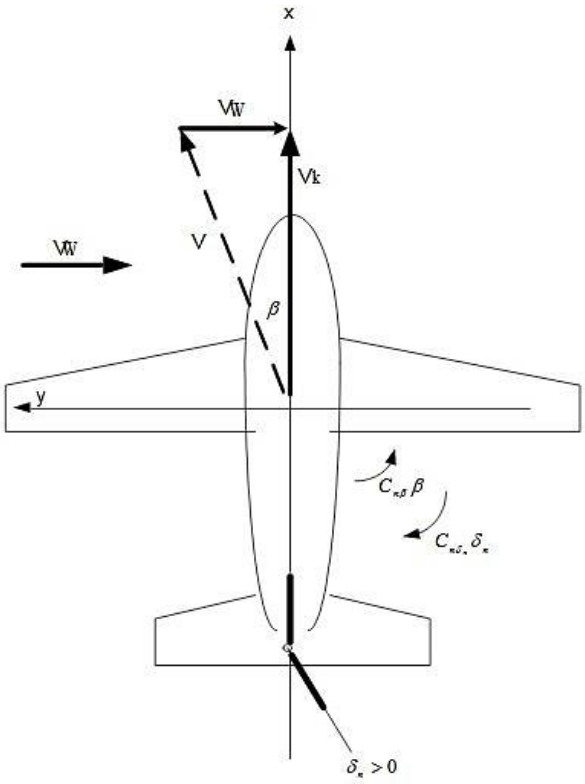
Prema jednadžbi (11), $C_{m_0} = 0.041, a\ \alpha_{m_0} = 2.73°$.

4.3. BOČNA STATIČKA STABILNOST

Kod bočnog gibanja promatra se stabilnost skretanja (direkcionalna stabilnost) i valjanja (lateralna, bočna stabilnost). Prema tome, za letjelicu se može reći da je bočno stabilna ako se zbog poremećaja kuta klizanja β ili poremećaja kuta valjanja ϕ pojave promjene momenta skretanja N i momenta valjanja L koji smanjuju poremećaje kuta klizanja i valjanja [3]. Dakle, za bočnu stabilnost moraju se zadovoljiti uvjeti (14). Prikaz letjelice uslijed bočnog vjetra nalazi se na slici 19.

Stabilnost skretanja ili direkcionalna stabilnost očituje se u reakciji letjelice na bočni udar (zanošenje) oko njene vertikalne z osi na način da se letjelica vraća u svoj ravnotežni položaj. Direkcionalno stabilna letjelica skreće (oko osi z) prema vektoru relativnog strujanja vraćajući letjelicu u ravninu simetrije $x - z$.

$$\beta = 0, \qquad \phi = 0. \tag{14}$$



Slika 19. Prikaz letjelice uslijed udara bočnog vjetra[16]

[16] Preuzeto iz [3]

Također, u pravocrtnom letu sve ostale kutne brzine su 0 ali i aerodinamički moment valjanja i skretanja kao i moment pogonske grupe.

Za bočnu statičku stabilnost dan je primjer (15) pri pojavi udara vjetra gdje je $\beta > 0$:

$$N^A + N^F = \frac{\rho V^2}{2} S_k b C_{n\beta} \beta - F_{P\sigma}(h_m - h_P)\beta > 0 \text{ [11].} \quad (15)$$

Gdje su:

$N^A + N^F$ = aerodinamički momenti skretanja za krilca i kormilo smjera,

$F_{P\sigma}$ = sila u ravnini diska propelera,

$C_{n\beta}$ = gradijent koeficijenta skretanja po kutu klizanja,

h_m = udaljenost središta mase od aerodinamičkog ishodišta,

h_p = udaljenost središta mase od centra potiska.

Izraz (15) predstavlja zbroj momenata skretanja koji mora biti pozitivan kako bi se smanjio nastali kut klizanja β. Izrazom se može provjeriti najveći kut klizanja za koji je moguće održavati stabilan let [3].

U programu *XFLR5* analiza bočne stabilnosti kroz simulacije bočnih modova daje pozitivne rezultate, letjelica je dovoljno bočno stabilna. Rezultati su prikazani u sklopu poglavlja 6.

5. LINEARNI MODEL DINAMIKE LETJELICE

Letjelica kao kruto tijelo promatra se kao tijelo sa šest stupnjeva slobode u prostoru 6DOF model (eng. *6 Degrees Of Freedom,* 6DOF). Lineariziranje letjelice uzima u obzir da je letjelica u ravnotežnom stanju, odnosno u referentnom stanju i na referentnoj trajektoriji [3].

Duž referentne trajektorije pojavljuju se različite varijable koje se potom nazivaju referentne varijable. Isto tako, uz pojmove referentnog stanja i referentne varijable, bitan je i pojam poremećaja. On predstavlja uzrok promjene između svarnih i referentnih stanja.

Za potrebe linearizacije, određene varijable koje se ne mijenjaju ili se vrlo malo mijenjaju smatraju se konstantama (gleda se na njih kao na poremećaje malih veličina). Od tih varijabli, ne uzimaju se sve za provedbu linearizacije 6DOF modela, već samo one koje svojim djelovanjem utječu na letjelicu. Kako bi se linearizacija napravila što kvalitetnije, potrebno je razdvojiti gibanje letjelice na gibanje u uzdužnoj ravnini i na gibanje u bočnoj ravnini [8].

Na gibanje letjelice u uzdužnoj ravnini izravno utječu veličine $[u\ w(\alpha)\ q\ \theta\ ]$ koje predstavljaju: promjenu brzine leta duž osi *x*, promjenu napadnog kuta, promjenu kutne brzine i promjenu kuta propinjanja letjelice. Na gibanje letjelice u bočnoj ravnini izravno utječu veličine $[v(\beta)\ p\ r\ \phi\ \psi]$ koje prestavljaju: promjenu brzine leta u pravcu osi *y*, kutnu brzinu valjanja, kutnu brzinu skretanja, kut valjanja i kut skretanja [7].

Iz već linariziranog modela potrebno je napraviti dinamičku analizu, a ona se sastoji od diferencijalnih matričnih jednadžbi promjena stanja ($\dot{x}$) i jednadžbi odziva (*y*). Spomenute jednadžbe u nastavku glase:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{16}$$

$$y = Cx + Du. \tag{17}$$

U jednadžbi (14), član A predstavlja matricu uzdužnog gibanja a član *x* vektor stanja. Njihov umnožak govori o tome kako trenutno stanje sustava utječe na buduće stanje. Član B predstavlja matricu bočnog gibanja a član *u* je upravljački vektor. Njihov umnožak govori o tome kako inputi djeluju na promjenu stanja sustava [11]. Jednadžbe se najčešće rješavaju

numeričkim integracijama ali i Laplaceovim tranformacijama, a za rješenje se dobije transferna funkcija koja opisuje ponašanje sustava [7].

Prethodno spomenute veličine stanja koje izravno utječu na gibanje letjelice spajaju se u vektor stanja *x*. Vektor stanja *x* tako se sastoji od sedam komponenti, a one su:

$$x = [u\ v\ w\ p\ q\ r\ \phi]^T [6]. \tag{18}$$

Vektoru stanja potrebno je dodati i upravljački vektor *u* koji se sastoji od tri komponente, tri otklona upravljačkih površina:

$$u = [\delta_e\ \ \delta_a\ \ \delta_r]^T. \tag{19}$$

Ako vektor stanja *x* definiramo s *n* brojem komponenti, a vektor stanja *u* s *m* brojem komponenti i *r* brojem elemenata odziva, tada možemo formirati četiri matrice:

1. matrica A koja se naziva i matrica koeficijenata prijelaznih stanja – veličine *n* x *m*,
2. matrica B koja se naziva i upravljačka matrica – veličine *n* x *m*,
3. matrica C koja se naziva i kontrolna matrica – veličine *r* x *n*,
4. matrica D koja se naziva i opservacijska matrica, veličine – *r* x *m*.

Matrice stanja uzdužnog i bočnog gibanja, koristeći prethodno navedene izraze i formule, sada se mogu zapisati na sljedeći način:

- za uzdužno gibanje

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & U_0 & 0 \\ M_u & M_w & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} \\ Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} \\ \theta \end{bmatrix} \cdot [\delta_e], \tag{20}$$

- za bočno gibanje [7]

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & U_r & gcosy_0 & 0 \\ L_v & L_p & L_r & 0 & 0 \\ N_v & N_p & N_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & tany_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_a} & Y_{\delta_r} \\ L_{\delta_a} & L_{\delta_r} \\ N_a & N_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}. \tag{21}$$

Rezultati dinamike letjelice u obliku navedenih matrica prikazani su i objašnjeni u nastavku, u poglavlju 6.1. i 6.2.

U programu *XFLR5* analiza dinamičke stabilnosti provodi se na sljedeći način:

a) prije svega potrebno je izvršiti analizu statičke stabilnosti, letjelica mora biti statički stabilna da bi se moglo dalje nastaviti analizirati – iz analize statičke stabilnosti graf $C_m - \alpha$ mora biti padajuća, linearna međuovisnost što i jest slučaj (slika 14);

b) odabire se opcija *definiraj analizu stabilnosti* (eng. *Define Stability Analysis*) gdje je ponuđena samo jedna metoda analize dinamike – metoda vrtložne rešetke u kombinaciji s 3D panelnom metodom gdje prva analizira uzgonske površine zajedno s repom, a druga trup;

c) dalje je potrebno uvrstiti inerciju letjelice, njene dimenzije i odabrati kontrolne parametre – kut valjanja δ_a i kut propinjanja δ_e – kao što je navedeno u poglavlju 5.1., za ravnotežni let oba su 0;

d) naposljetku preostaje pokrenuti analizu i očitati dobivene vrijednosti u matematičkom obliku ali i u grafičkom obliku, radi lakšeg razumijevanja.

Dobivene matrice gibanja letjelice:

1. matrica uzdužne dinamike letjelice

$$A = \begin{bmatrix} -0.109063 & 0.154877 & 0 & -9.81 \\ -1.16842 & -5.69611 & 15.9315 & 0 \\ 0.0564498 & -2.08543 & -8.44737 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

2. matrica bočne dinamike letjelice

$$B = \begin{bmatrix} -0.298093 & -0.048102 & -16.3622 & 9.81 \\ -3.63913 & -32.1096 & 6.71062 & 0 \\ 1.89635 & 2.96847 & -1.40353 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

5.1. KONFIGURACIJA ZA ANALIZU – REFERENTNO STANJE

Za daljnju analizu i izradu samog linearizirnog modela letjelice u *XFLR5*, potrebno je definirati koje referentne vrijednosti se razmatraju, odnosno u kojem se referentnom stanju letjelica nalazi tijekom analize. U tablici 6 prikazane su veličine referentnog stanja letjelice.

Tablica 6. Referentno stanje letjelice

REFERENTNO STANJE	
Brzina *V* [m/s]	25
Visina leta *h* [m]	250
Masa *m* [kg]	2.37
Otklon krilaca $\boldsymbol{\delta_a}$ [°]	0
Otklon kormila dubine $\boldsymbol{\delta_e}$ [°]	0

Letjelica se nalazi u horizontalnom letu, bez nagiba oko bilo koje od tri osi. Utjecaj motora se zanemaruje jer je vrlo mali, a otklon komandi nije uračunat, smatra se da su sve komande (pravca, dubine, skretanja) u neutralnom položaju.

6. Analiza dinamičke stabilnosti letjelice

Dinamička stabilnost letjelice odnosi se na njenu sposobnost da priguši oscilacije koje se javljaju uslijed nekog poremećaja. Dakle, tendencija da se letjelica vrati u neko prijašnje referentno stanje prateći zakrivljenu putanju gdje se pritom brzina smanjuje i raste. Da bi letjelica bila dinamički stabilna, uvjet je da je i statički stabilna. Sukladno tome, letjelica može biti dinamički:

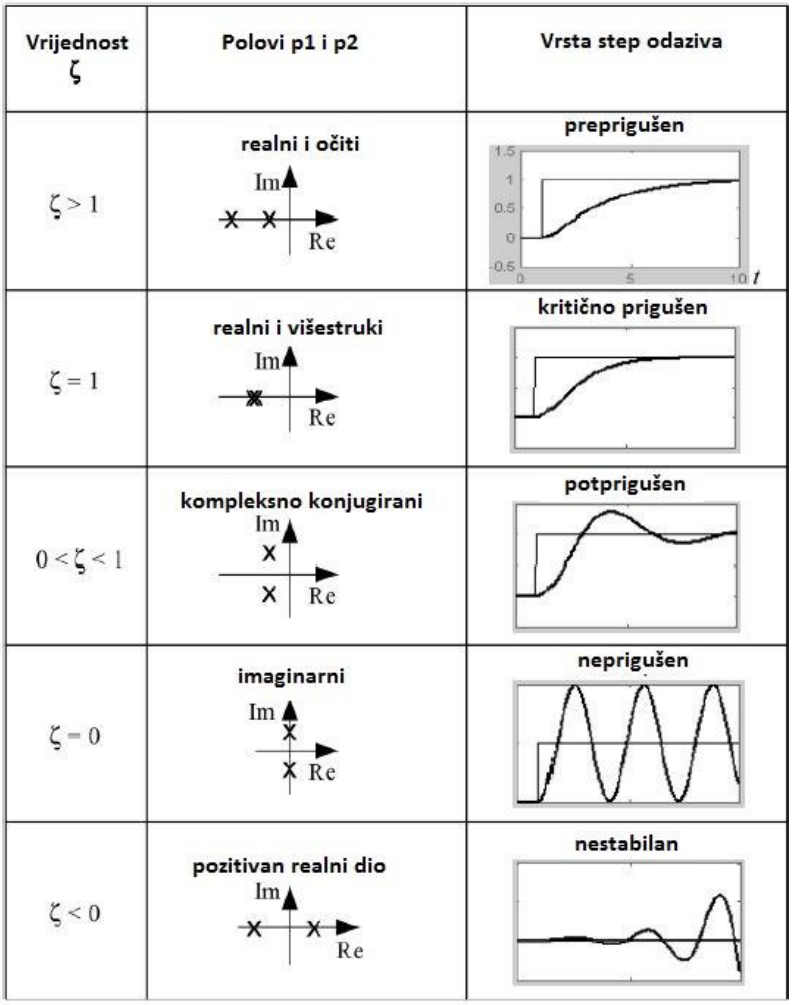
1. stabilna – nakon poremećaja i kroz neki vremenski period amplituda poremećaja se smanjuje sve dok se oscilacije u potpunosti ne priguše;
2. nestabilna – nakon poremećaja nastavlja oscilirati i povećavati amplitudu tih oscilacija;
3. neutralna – nakon poremećaja nastavlja oscilirati konstantnom amplitudom [2].

6.1. ANALIZA DINAMIKE U *XFLR5*

Koristeći podatke dobivene iz *XFLR5* iz matrica A i B iz poglavlja 5., u nastavku je napravljena analiza uzdužne i bočne dinamike letjelice.

Kriterij određivanja dinamičke stabilnosti prikazan je na slici 20, na sljedećoj stranici. Iz priložene slike 20 vidljivo je pet mogućih rješenja diferencijalnih jednadžbi i njihovo tumačenje. Ako rješenje u kompleksnoj ravnini ima realne i očite polove na realnoj osi ravnine, faktor prigušenja je veći od 1 i u tom slučaju sustav je preprigušen. Moguće je i rješenje kada su polovi realni i višestruki na realnoj osi, tada je faktor prigušenja jednak 1 a sustav je kritično prigušen. Kod slučaja s parom kompleksno konjugiranih polova u kompleksnoj ravnini, njihova vrijednost faktora prigušenja je između 0 i 1 a sustav je potprigušen. Za slučaj dvaju imaginarnih polova na imaginarnoj osi kompleksne ravnine, faktor prigušenja je jednak 0 i to znači da je sustav neprigušen, oscilira. Konačno, za rješenje polova s jednim u pozitivnom realnom dijelu kompleksne ravnine (a oba a realnoj osi), faktor prigušenja je manji od 0 i sustav je nestabilan.

Poželjno rješenje za letjelicu znači da je faktor prigušenja oko 0.7, dakle predstavlja potprigušeni sustav koji se ne vraća u referentno stanje izrazito silovito niti oscilira predugo.



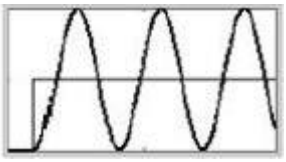
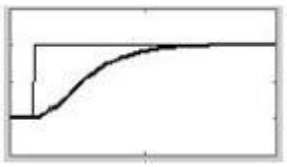
Slika 20. Grafička rješenja diferencijalnih jednadžbi i njihovo tumačenje[17]

6.2. ANALIZA UZDUŽNOG GIBANJA

Prije analize matrice uzdužne dinamike, potrebno je pojasniti modove koji se dobiju analizom uzdužne dinamike u *XFLR5*. Analizom se dobiju dva moda a četiri rješenja koja opisuju uzdužnu dinamiku letjelice: dva para simetričnih modova, od kojih prva dva prikazuju fugoid koji je dugoperiodični mod, a kojeg karakteriziraju dugotrajne oscilacije s izmjenama kinetičke i potencijalne energije dok druga dva para simetričnih modova karakteriziraju kratkotrajne oscilacije, a zovu se kratkoperiodični modovi. Sistematički, modovi su opisani u tablici 7.

[17] Preuzeto iz [7]

Tablica 7. Objašnjenje modova uzdužne dinamičke analize

VRSTA SIMETRIČNIH MODOVA	KARAKTERISTIKE	GRAFIČKI PRIKAZ
Dugoperiodični (fugoid)	– spor, slabo prigušen – može biti stabilan i nestabilan – konstantan napadni kut	
Kratkoperiodični	– primarno vertikalno gibanje (z os) zajedno s promjenom stava u istoj fazi – visokofrekventno, dobro prigušeno	

Za opis obiju parova modova, i dugoperiodičnih i kratkoperiodičnih služe dobiveni karakteristični korijeni uzdužne dinamike. Karakteristični korijeni mogu biti:

1. oba korijena su realna, sustav ima eksponencijalni odaziv
   - $\lambda_1 > 0$ i $\lambda_2 > 0$,

   - sustav divergira, nestabilan je;

   - $\lambda_1 < 0$ i $\lambda_2 < 0$,

   - sustav konvergira, stabilan je;

   - $\lambda_1 = 0$ i $\lambda_2 = 0$,

   - sustav je neodređen.

2. oba korijena su imaginarna – u tom slučaju rješenja moraju biti kompleksno konjugirana u obliku $\lambda_1 = \sigma + j\omega$; $\lambda_2 = \sigma - j\omega$:
   - $\sigma > 0$,
     - sustav divergira, oscilatorno je nestabilan;
   - $\sigma < 0$,
     - sustav konvergira, oscilatorno je stabilan;

- $\sigma = 0$,

  - sustav je neodređen, oscilatorno je nerealan.

Vrijedost σ govori koliko će brzo oscilacije sustava nestati a vrijednost ω_s kolika je frekvencija oscilacija sustava [7].

Uz sve prethodno navedene i objašnjene parametre, potrebni su još:

1. prirodna frekvencija,

$$\omega_s = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2}, \tag{24}$$

$$\omega_n = \frac{\omega_s}{2\pi} \tag{25}$$

2. prigušenje,

$$\zeta = \frac{-\sigma}{\omega_s}, \tag{26}$$

3. period moda,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_s}, \tag{27}$$

4. vrijeme potrebno da se amplituda prepolovi,

$$\tau_{1/2} = \frac{\ln 2}{-\sigma}, \tag{28}$$

5. vrijeme potrebno da se amplituda udvostruči

$$\tau_2 = \frac{\ln 2}{\sigma}. \tag{29}$$

Nakon što su ustanovljeni svi parametri za analizu uzdužne dinamičke stabilnosti, iz *XFLR5* mogu se očitati karakteristični korijeni i njihovo značenje:

$$\lambda_1 = -7.089 - 5.605i,$$

$$\lambda_2 = -7.089 + 5.605i,$$

$$\lambda_3 = -0.03745 - 0.5744i,$$

$$\lambda_4 = -0.03745 + 0.5744i.$$

Analiza dinamike u *XFLR5* provodi se za vremenski period od 0.010 sekundi.

Prva dva korijena predstavljaju par kratkoperiodičnih oscilacija s faktorom prigušenja $\zeta = 0.784$. Idealni faktor prigušenja je $\zeta = 0.707$, tako da su oscilacije prvih dvaju korijena dovoljno prigušene.

Druga dva korijena predstavljaju par dugoperiodičnih oscilacija (fugoid) s faktorom prigušenja $\zeta = 0.065$ što predstavlja malu vrijednost prigušenja. Oscilacije su slabo prigušene i za stabilizaciju potrebno je ugraditi sustav za stabilizaciju. Dobiveni podaci za uzdužnu dinamiku prikazani su u tablici 8.

Tablica 8. Prigušenje i prirodna frekvencija modova uzdužne dinamike

MOD	1. i 2.	3. i 4.
PRIGUŠENJE $\boldsymbol{\zeta}$	0.784	0.065
PRIRODNA FREKVENCIJA $\boldsymbol{\omega_n}$ $[\boldsymbol{Hz}]$	1.438	0.092

Crvenim točkama na slici 21 prikazani su polovi karakterističnih korijena uzdužne dinamike letjelice. Mogu se očitati dva para polova. Svi polovi su u negativnim kvadrantima, dva u III. i dva u IV. kvadrantu. Vidljivo je da je prvi par visokofrekventnih oscilacija vrlo dobro prigušen (velika udaljenost od osi *x*) dok je drugi par (pri ishodištu kompleksne ravnine) slabo prigušen i da ima malu frekvenciju. Analiza iz kompleksne ravnine analogna je matematičkoj analizi karakterističnih korijena. Iz prethodno objašnjenog može se zaključiti:

- što je sustav viši po I_m osi, to mu je frekvencija veća,

- što je sustav dalji od I_m osi po R_e osi, to se sustav brže prigušuje.



Slika 21. Prikaz karakterističnih korijena uzdužnog gibanja u kompleksnoj ravnini[18]

6.3. ANALIZA BOČNOG GIBANJA

Iz dinamičke analize iz poglavlja 5. dobivene su vrijednosti matrica gibanja za uzdužno i bočno gibanje. Iz *XFLR5* očitani su karakteristični korijeni koji opisuju bočnu dinamiku letjelice:

$$\lambda_1 = -32.6 + 0i,$$

$$\lambda_2 = -0.648 - 5.122i,$$

$$\lambda_3 = -0.648 - 5.122i,$$

$$\lambda_4 = -0.08599 + 0i.$$

[18] Preuzeto iz [12]

Iz dobivenih korijena očito je da su samo dva moda oscilatorna, a svi modovi su stabilni. Kod bočnog gibanja, jedini oscilatorni mod je *dutch* mod (eng. *dutch roll*). Njega predstavljaju drugi i treći korijen s obzirom da je imaginarna vrijednost korijena veća od 0. Prvi mod je neprigušen i prilično je udaljen od ishodišta kompleksne ravnine po R_e osi, a zove se aperiodični mod valjanja (eng. *roll subsidence mode*). Zadnji mod predstavlja spiralni mod koji nije oscilatoran, slabo je stabilan i njegov pol je blizu ishodišta kompleksne ravnine, na R_e osi.

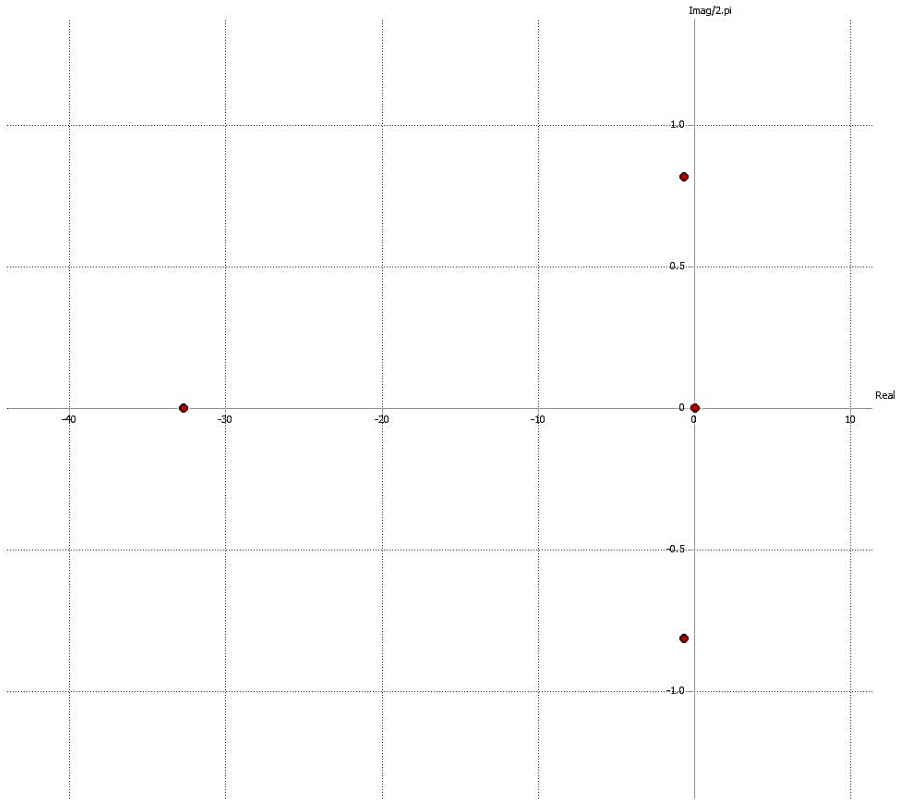
Dobivena rješenja karakterističnih korijena prikazana su u tablici 9, a na slici 22 prikazani su polovi karakterističnih korijena bočne dinamike letjelice uslijed djelovanja poremećaja.

Tablica 9. Prigušenje i prirodna frekvencija modova bočne dinamike

MOD	2. i 3.
PRIGUŠENJE $\boldsymbol{\zeta}$	0.126
PRIRODNA FREKVENCIJA $\boldsymbol{\omega_n}$ $[\boldsymbol{Hz}]$	0.822

Graf na slici 22 kvalitetno ilustrira izgled polova karakterističnih korijena bočne dinamike. Dva paralelna oscilatorna pola predstavljaju *dutch mod*. Mod koji je najudaljeniji po R_e osi od ishodišta predstavlja aperiodični mod valjanja, a pol koji je uz ishodište kompleksne ravnine predstavlja spiralni mod. Oba neprigušena moda su stabilna.

Za bočnu dinamiku letjelice može se zaključiti da su svi modovi stabilni, vrlo slabo stabilni su aperiodični mod valjanja i spiralni mod dok je *dutch* mod jedini s gotovo optimalnom vrijednošću prigušenja i samim time je stabilan. Što se upravljanja letjelicom tiče, operater treba pripaziti kod valjanja krilcima i skretanja kormilom smjera jer oba moda mogu greške opratera povećati i samim time narušiti sigurnost i stabilnost leta.



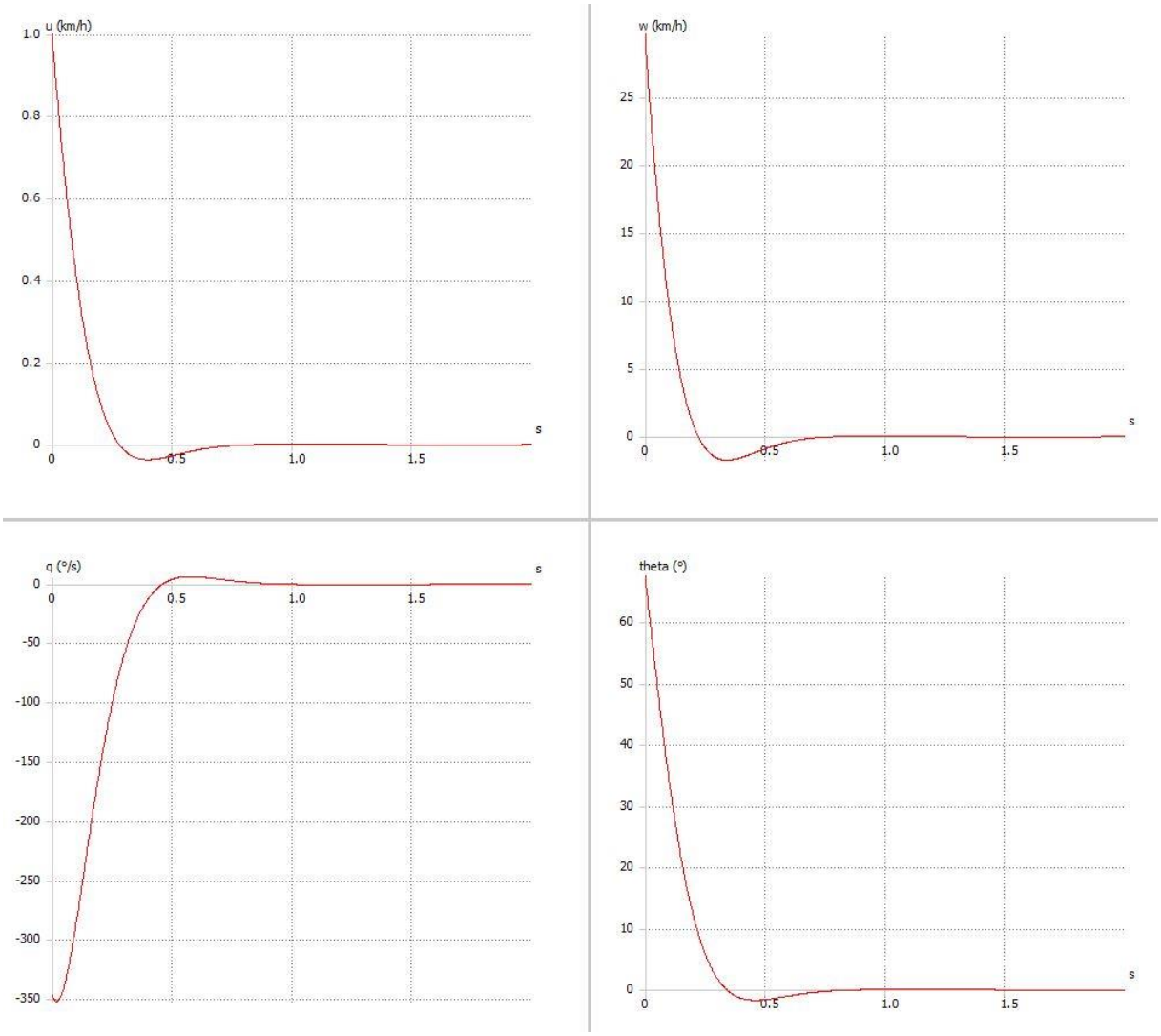
Slika 22. Grafički prikaz polova karakterističnih korijena bočnog gibanja[19]

6.4. ODZIV SUSTAVA NA POREMEĆAJ

Kako bi se dobila šira slika o dinamici letjelice, *XFLR5* sadrži i impulsnu analizu odziva sustava na poremećaj, poput udara vjetra. Program koristi uzdužnu i bočnu dinamiku (matrice A i B) sustava, izlazne podatke iz analize statičke stabilnosti kako bi aproksimirao ponašanje letjelice uslijed djelovanja poremećaja na ravnotežni let. U nastavku su prikazani odzivi sustava za uzdužnu i bočnu dinamiku.

Za analizu odziva sustava u uzdužnoj dinamici uzima se vremenski raspon *t* od 2 sekunde, a s faktorom promjene *dt* od 0.001 sekunde.

[19] Preuzeto iz [12]



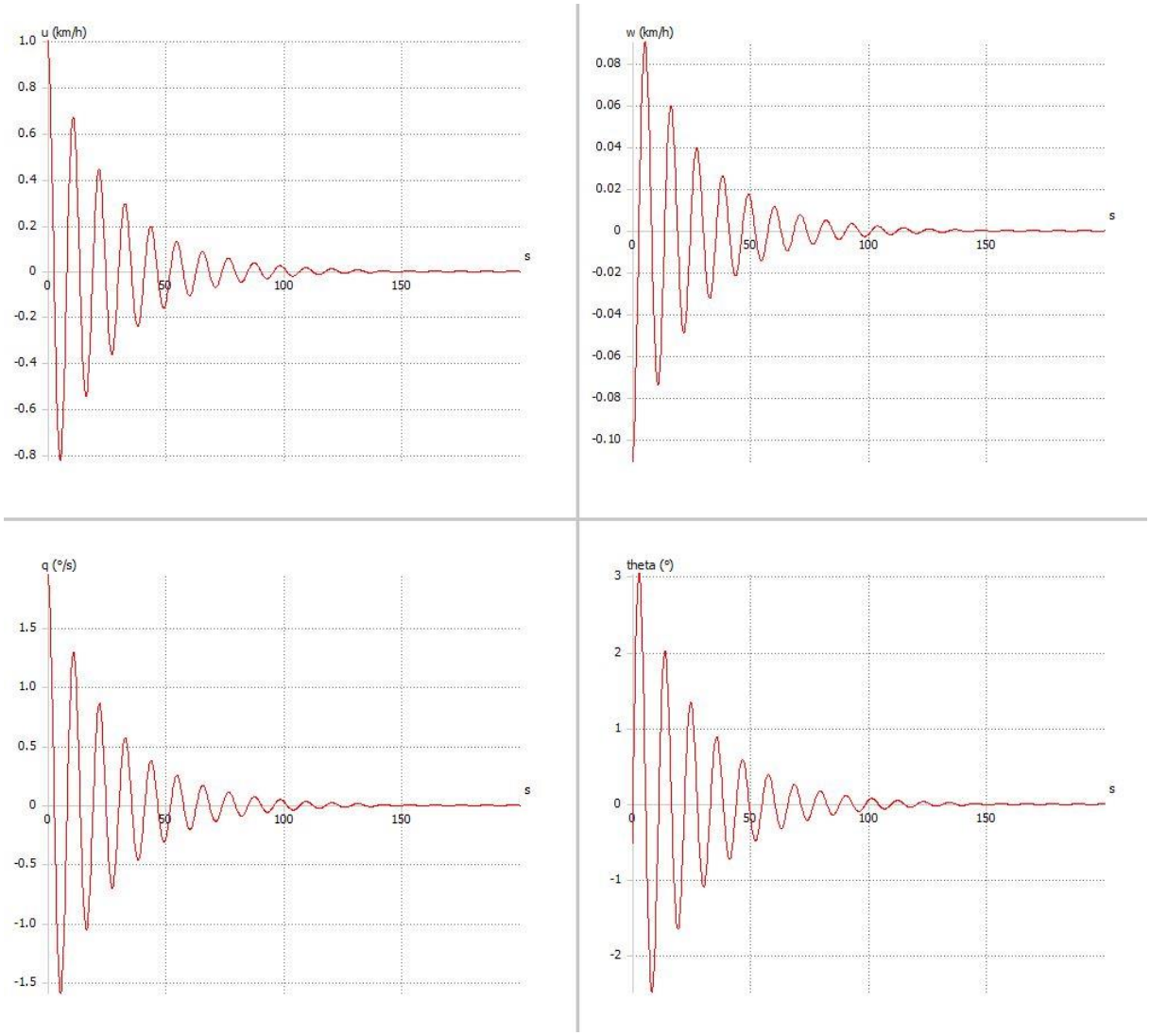
Slika 23. Grafovi odziva u uzdužnoj dinamici (kratkoperiodični)[20]

Na slici 23 prikazana su četiri grafa odziva na impulsni poremećaj, a koji redom predstavljaju: promjenu brzine leta duž osi *x*, promjenu napadnog kuta, promjenu kutne brzine, promjenu kuta propinjanja letjelice, i to sve u vremenskoj domeni.

Analizira se prvi mod koji predstavlja kratkoperiodične oscilacije s prilično velikom vrijednosti faktora prigušenja – oscilacije se vrlo brzo prigušuju, što je vidljivo na slici 23. Moguće je očitati vrijeme za koje oscilacije prestaju, a to je 0.7 sekundi. Dakle, grafički se može potvrditi da je letjelica uslijed djelovanja poremećaja uzdužno dinamički stabilna i da je brzina, vrijeme vraćanja u prvotni položaj, zadovoljavajuće.

[20] Preuzeto iz [12]

Za analizu fugoida, uzimaju se sljedeće kontrolne vrijednosti: *dt* = 0.001 s; *t* = 200 s. Grafički primjer analize nalazi se na slici 24.

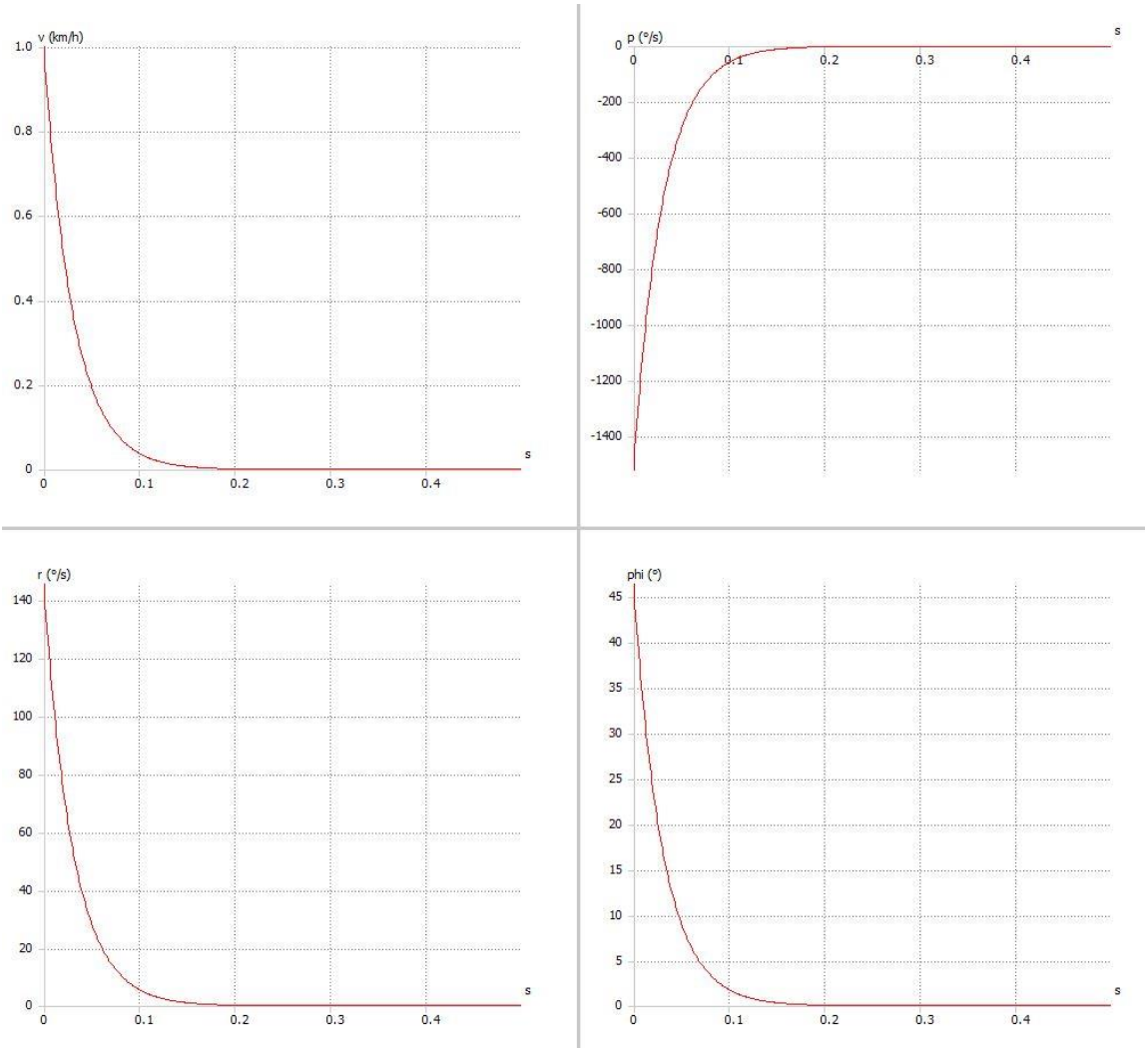


Slika 24. Grafovi odziva u uzdužnoj dinamici (fugoid)[21]

Analizom drugog moda, dugoperiodičnog moda (fugoida), vidi se dugo trajanje oscilacija, čak preko 170 sekundi za sve vrijednosti. Vizualno se ponovno potvrđuje proračunato, može se reći da je letjelica slabo uzdužno dinamički stabilna što se fugoida tiče (slika 24). U planu je ugradnja i daljnje usavršavanje letjelice sustavom za stabilizaciju, tako da će se oscilacije kuta propinjanja i ostalih prikazanih vrijednosti regulirati.

Kod analize bočne dinamike, ponovno imamo nekoliko slučajeva. Za prvi mod (neoscilatorni) uzimaju se sljedeće kontrolne vrijednosti: *dt* = 0.001 s; *t* = 0.5 s.

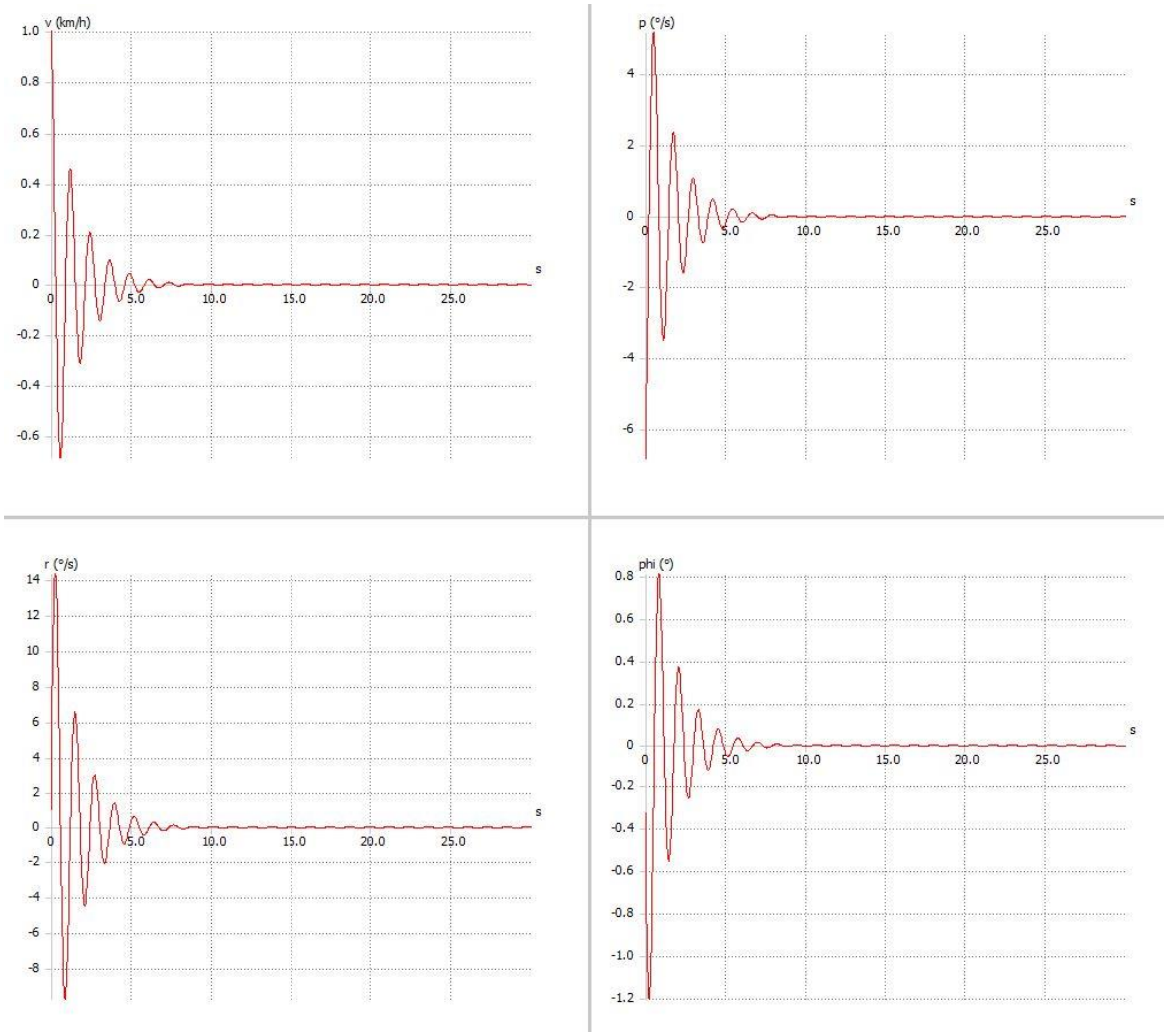
[21] Preuzeto iz [12]



Slika 25. Grafovi odziva u bočnoj dinamici (aperiodični mod valjanja)[22]

U bočnoj dinamici, kao što je prikazano na slici 25, vidljiv je odziv sustava aperiodičnog moda valjanja na poremećaj. Sukladno matematičkoj analizi moda, aperiodični mod valjanja ima izrazito jako prigušenje i sustav ne oscilira već je kritično prigušen. Sustav se unutar 0.2 sekunde vraća u prvotno stanje. Mod je stabilan prema kriterijima iz slike 20.

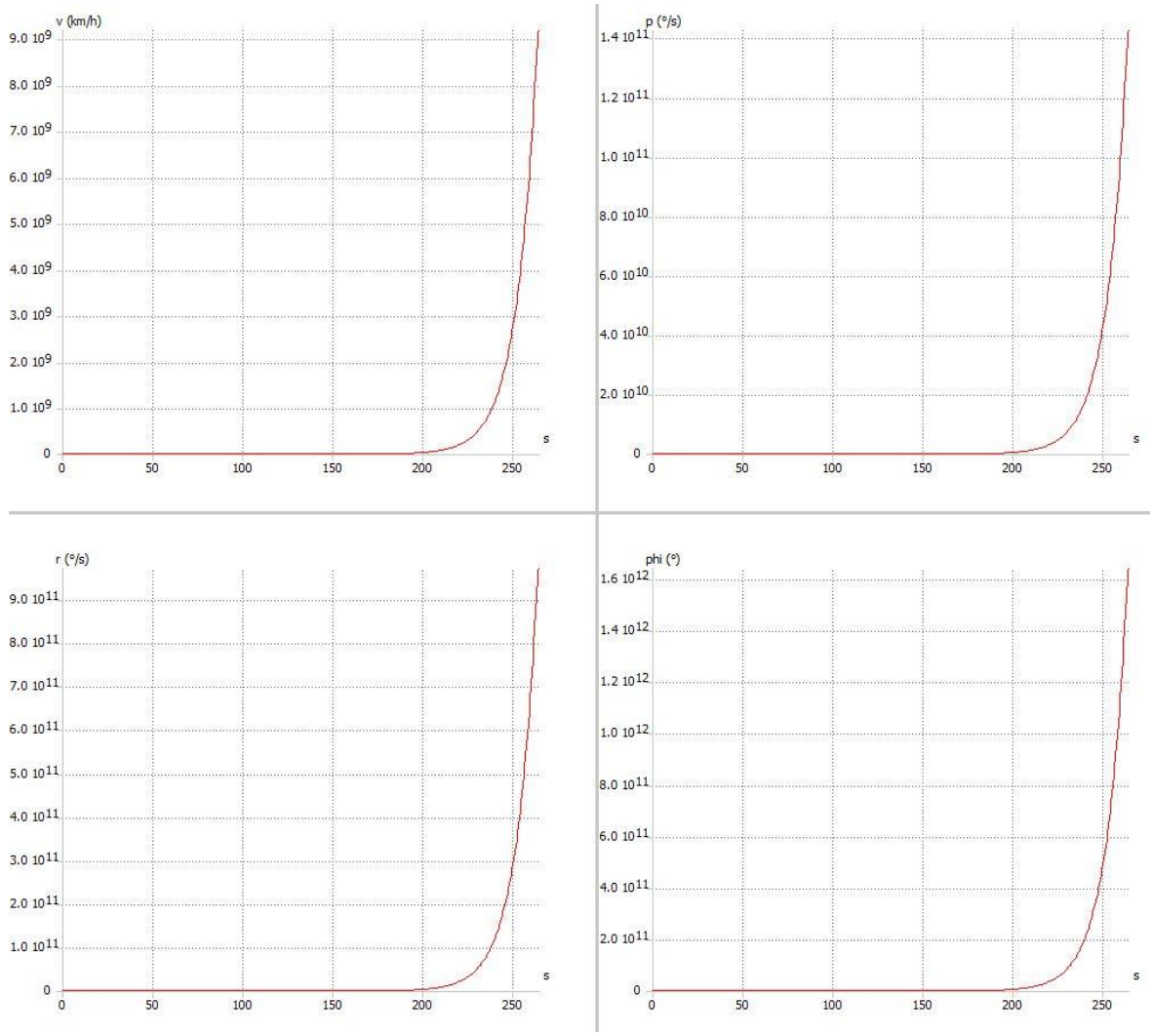
[22] Preuzeto iz [12]



Slika 26. Grafovi odziva za dutch mod[23]

Slika 26 prikazuje odziv sustava na poremećaj za *dutch* mod koji je ujedno jedini oscilatorni mod kod promatranja bočne dinamike sustava. Iz slike 26 jasno je da je sustav bočno dinamički stabilan što se vidi po dobroj prigušenosti oscilacija – sustav je već nakon 10 sekundi u referentnom stanju. Ponovno se potvrđuju podaci dobiveni matematičkom analizom za bočnu dinamiku, zajedno s uvjetima na slici 20.

[23] Preuzeto iz [12]



Slika 27. Grafovi odziva spiralnog moda[24]

Odziv spiralnog moda bočnog gibanja letjelice prikazan je na slici 27. Kontrolni parametri koji se koriste za analizu su: dt = 1s; t = 400 s. Karakteristični korijen koji opisuje spiralni mod daje vrijednosti koje naznačuju da mod nije kvalitetno prigušen te da je pol moda na *Re* osi uz ishodište kompleksne ravnine. Takva pozicija pola i analiza karakterističnog pola potvrđuje podatke koji se nalaze na slici 27. Na sva četiri grafa očito je da je spiralni mod eksponencijalna krivulja, nema oscilacija i potrebna je umjetna kontrola. Pod umjetnom kontrolom misli se na sustav za stabilizaciju koji bi taj spiralni mod kontrolirao, bez obzira što i dalje pripada u stabilne modove. S obzirom da je implementacija sustava za stabilizaciju u letjelicu u planu, manjak bočne dinamike s aspekta spiralnog moda biti će otklonjen.

[24] Preuzeto iz [12]

7. OCJENA KVALITETE UPRAVLJIVOSTI LETJELICE

Kvaliteta upravljanja letjelice koja se analizira u radu napravljena je prema MIL–F–8785C standardu sadržanom u [13]. Standardi kvalitete upravljanja zrakoplova definirani su prema tipu zrakoplova, kategoriji leta i razini performansi. U nastavku rada priložen je pregled podjela.

Zrakoplovi se prema tipu zrakoplova dijele na:

I. male, lagane zrakoplove,
II. zrakoplove srednje težine, niske do srednje upravljivosti,
III. velike i teške zrakoplove, niske do srednje upravljivosti,
IV. zrakoplove velike upravljivosti.

Zrakoplovi se prema kategoriji leta dijele na:

Kategoriju A – sve faze leta osim završnih koje zahtijevaju brzo upravljanje, precizno slijeđenje ili precizno upravljanje putanjom leta:

- zračna borba,
- napad na ciljeve na zemlji,
- izbacivanje/lansiranje naoružanja,
- nadopuna goriva u zraku (zrakoplov primalac),
- blisko izviđanje,
- slijeđenje terena,
- pomorska potraga,
- akrobacije,
- blisko formacijsko letenje.

Kategoriju B – sve faze leta osim završnih koje zahtijevaju postepeno upravljanje, manje precizno slijeđenje i točno upravljanje putanjom leta:

- penjanje,
- krstarenje,
- kruženje,

- nadopuna goriva u zraku (tanker),
- poniranje,
- zračna dostava.

Kategoriju C – završne faze leta koje zahtijevaju postepeno upravljanje i precizno upravljanje putanjom leta:

- polijetanje,
- slijetanje,
- prilaz,
- neuspjelo slijetanje.

Zrakoplovi se prema razini performansi dijele na:

a) Razina 1 – kvaliteta upravljanja vidljivo je dovoljna za fazu leta misije,
b) Razina 2 – kvaliteta upravljanja dovoljna je za izvršenje faze leta misije uz povećanje opterećenja pilota i/ili degradaciju učinkovitosti misije,
c) Razina 3 – kvaliteta upravljanja dovoljna je za osiguranje sigurnog leta, ali dolazi do preopterećenja pilota ili nedovoljne učinkovitosti misije [13].

Parametri kvalitete upravljanja izračunati su iz karakterističnih korijena sustava iz matrica A i B.

Studentska letjelica je letjelica klase 1, a svojim manevarskim i operativnim sposobnostima pripada u kategoriju A. Razina upravljanja trebala bi biti razine 1 s obzirom da se radi o letjelici koja je projektirana za izviđanje i nadzor.

Prema MIL–F–8785C standardu, za dugoperiodični mod uzdužne dinamike gibanja letjelice, ograničenja su prikazana u tablici 10 [13].

Tablica 10. Uvjeti za ocjenu fugoida

RAZINA	UVJET	LETJELICA
1	$\zeta \geq 0.04$	$\zeta = 0.065$
2	$\zeta \geq 0$	/
3	$T_2 = 55\ s$	/

Letjelica ima za dugoperiodični mod (fugoid) faktor prigušenja od 0.065 što zadovoljava uvjet za razinu 1 kvalitete upravljanja.

Nakon analize fugoida, MIL standard daje uvjete za ocjenu kratkoperiodičnog moda uzdužne dinamike gibanja, a oni su prikazani u tablici 11 [13].

Tablica 11. Uvjeti za kratkoperiodični mod

RAZINA	FAZE LETA KATEGORIJE A i C		FAZE LETA KATEGORIJE B		LETJELICA
	MINIMUM	MAKSIMUM	MINIMUM	MAKSIMUM	
1	0.35	1.30	0.30	2.00	0.784
2	0.25	2.00	0.20	2.00	/
3	0.15	/	0.15	/	/

Letjelica svojim prigušenjem kratkoperiodičnog moda pripada u razinu 1 kvalitete upravljanja prema uvjetima za kratkoperiodični mod u tablici 11.

Za analizu kvalitete upravljanja u bočnoj dinamici, za *dutch* mod koristi se tablica 12 s pripadajućim uvjetima koje letjelica treba zadovoljiti da bi se klasificirala u razinu 1.

Tablica 12. Minimalno prigušenje i prirodna frekvencija dutch moda

RAZINA	KATEGORIJA FAZE LETA	KLASA	MINIMALNO PRIGUŠENJE ζ	MINIMALNA PRIRODNA FREKVENCIJA ω_n	LETJELICA	
					ζ	ω_n
1	A (CO i GA)	IV	0.4	1.0	/	/
	A	I, IV II, III	0.19 0.19	1.0 0.4	/	/ 0.822
	B	Svi	0.08	0.4	0.126	/
	C	I, II-C,IV II-L, III	0.08 0.08	1.0 0.4	/	/
2	Svi	Svi	0.02	0.4	/	/
3	Svi	Svi	0	0.4	/	/

Prema tablici 12 letjelica svojim prigušenjem *dutch* moda pripada u kategoriju faze leta B, u klasu 1, razinu 1 kvalitete upravljanja. Razlika od početnog stanja je u tome što je došlo do degradacije u kategoriju faze leta B s kategorije faze leta A. Što se prirodne frekvencije *dutch* moda tiče, letjelica pripada u kategoriju faze leta A, klasu II i III, razinu 1 kvalitete upravljanja. Kod prirodne frekvencije također dolazi do degradacije kvalitete upravljanja, letjelica se svrstava u klase II i III umjesto u klasu I upravljanja [13].

Za spiralni mod bočne dinamike gibanja letjelice, tablica 13 sadrži uvjete ocjene kvalitete upravljanja.

Tablica 13. Uvjeti za spiralni mod - minimalno vrijeme da se amplituda oscilacija udvostruči

KATEGORIJA FAZE LETA	RAZINA 1	RAZINA 2	RAZINA 3	LETJELICA
A & C	12 s	8 s	4 s	8.060 s
B	20 s	8 s	4 s	

Analizom spiralnog moda u kombinaciji s tablicom 13 može se zaključiti da letjelica svojom kvalitetom upravljivosti za spiralni mod zadovoljava razinu 2, umjesto ciljanu razinu 1.

U konačnici, letjelica se za uzdužnu dinamiku ocijenjuje kvalitetom upravljanja razine 1 dva puta, a za bočnu dinamiku razine 1– jednom i razine 2 – dva puta. Dakle letjelica je svojim dizajnom dovoljno kvalitetno upravljiva što se uzdužne dinamike tiče. Za poboljšanje kvalitete upravljanja s aspekta bočne dinamike potrebno je ugraditi sustav za stabilizaciju koji bi poništavao negativno djelovanje spiralnog moda i aperiodičnog moda valjanja.

8. ZAKLJUČAK

U radu je analizirana letjelica s kanard konfiguracijom koju su samostalno dizajnirali, izradili i testirali studenti diplomskog studija aeronautike. Za dizajn se koristi metoda pokušaja i pogreške u kombinaciji s matematičkim pristupom. Pri dizajnu primarno se koriste programi *OpenVSP* i *XFLR5* za sve bitnije proračune, a i grafički prikaz istih. Podaci dobiveni iz navedenih programa služe daljnjem razvoju i procesu izrade letjelice.

Prvi dio rada opisuje procese dizajna i izrade, metode izrade i razloge zašto se pojedina metoda koristila pri izradi. Primarno je odlučeno svim procesima pristupiti s eksperimentalnog stajališta poput metode pokušaja i pogreške, prvenstveno radi nekonvencionalnog izgleda letjelice, gdje je veliki dio posla novina, od dizajna do izgradnje fizičkog modela.

Sljedeće poglavlje rada bavi se procjenom aerodinamičkih karakteristika letjelice i njihovim prikazom iz *XFLR5*. Točnu vrijednost performansi nije moguće odrediti u potpunosti iz [12], poglavito jer za to bi trebalo koristiti CFD (eng. *Computational Fluid Dynamics*, CFD) program koji nije besplatan niti jednostavan za rad. Međutim, dobiveni grafovi ovisnosti koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu, odnosa koeficijenta uzgona o koeficijentu otpora u zavisnosti o napadnom kutu – daju dovoljan uvid u buduće ponašanje letjelice.

Nakon dobivenih aerodinamičkih karakteristika, u *XFLR5* određene su uzdužna i bočna statička stabilnost letjelice. Dobiveni rezultati prikazani su matematički u samom programu a grafički u radu, radi lakšeg razumijevanja. Uvidom u rezultate može se zaključiti da je letjelica statički uzdužno i bočno stabilna.

Dinamička analiza uzdužne i bočne stabilnosti daje rezultate koji govore da je letjelica uzdužno stabilna po svim modovima, međutim potreban je sutav za stablizaciju radi slabe stabilnosti aperiodičnog moda valjanja i spiralnog moda.

Zaključno, određena je kvaliteta upravljanja letjelicom prem MIL– F– 8785C standardu. Analizom je dobiven uvid u kvalitetu upravljanja u uzdužnoj i bočnoj dinamici, gdje je letjelica trebala zadovoljiti najvišu razinu kvalitete, razinu 1. Letjelica zadovoljava kvalitetu razine 1 u uzdužnoj dinamici, dok je u bočnoj dinamici rangirana po kvaliteti upravljanja više u razinu 2 nego u razinu 1.

S obzirom na rezultate svih navedenih analiza, i na kraju ocjene kvalitete upravljanja, letjelica je dovoljno uzdužno i bočno statički te uzdužno dinamički stabilna, dok je bočno dinamički slabo stabilna što se može automatski regulirati.

LITERATURA

[1] Gudmundsson, S. (2014). *General Aviation Aircraft Design.* Elsevier.

[2] H.C.Smith. (1988). *Introduction to Aircraft Flight Test Engineering.* The Pennsylvania State University: Jeppesen Sanderson.

[3] Janković, S. (2001). *Mehanika leta zrakoplova.* Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu.

[4] Levantin K.J., Cvetković N., Renčelj N., Ribić D., Kašuba F. (2017). *Projektiranja, izrada i eksploatacija bespilotne letjelice fiksnih krila s kanard konfiguracijom.* Zagreb: Fakultet promethnih znanosti, Sveučilište u Zagrebu.

[5] Vrdoljak M., Janković S. (2010). *Stabilnost i upravljivost zrakoplova.* Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje.

[6] McLean, D. (1990). *Autmatic Flight Control Systems.* Cambridge: Prentice Hall International.

[7] Nelson, R. C. (1997). *Flight Stability and Automatic Control.* McGraw-Hill.

[8] Nikolov, M. (2016). *Upravljački sustav bespilotne letjelice Aerosonde.* Zagreb: Fakultet prometnih znanosti.

[9] *OpenVSP*. (August 2017). Dohvaćeno iz http://www.openvsp.org

[10] Roskam, J. (1998). *Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls.* Kansas: DARcorporation.

[11] Vranješ, O. (2014). *Analiza statičke i dinamičke stabilnosti putničkog hidroviona.* Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu.

[12] *XFLR5*. (August 2017). Dohvaćeno iz http://www.xflr5.com

[13] MIL–F–8785C standard (kolovoz 2017), dohvaćeno iz www.mechanics.iei.liu.se/edu_ug/tmme50/8785c.pdf

POPIS SLIKA

Slika 1. Dizajn letjelice u OpenVSP 2
Slika 2. RONCZ 1082T VOYAGER aeroprofil iz XFLR5 4
Slika 3. RONCZ 1046 VOYAGER aeroprofil iz XFLR5 5
Slika 4. Vertikalni stabilizator prije ugradnje kormila smjera 6
Slika 5. Kormilo pravca na vertikalnom stabilizatoru 6
Slika 6. Aproksimacija trupa letjelice točkastim masama u XFLR5 8
Slika 7. Aeroprofili letjelice i njihove aerodinamičke karakteristike 11
Slika 8. Krivulje ovisnosti koeficijenta uzgona o napadnom kutu za sve aeroprofile 12
Slika 9. Kormilo dubine s procjepom 13
Slika 10. Ovisnost koeficijenta uzgona cijele letjelice o napadnom kutu 13
Slika 11. Simulacija rasporeda uzgona pri horizontalnom letu 15
Slika 12. Simulacija rasporeda uzgona pri $\alpha = 10°$ 15
Slika 13. C_L / C_D dijagram 16
Slika 14. Otpor trenja i inducirani otpor pri $\alpha = 0°$ 17
Slika 15. Otpor trenja i inducirani otpor pri $\alpha = 10°$ 17
Slika 16. Graf odnosa koeficijenta momenta propinjanja i napadnog kuta za letjelicu 19
Slika 17. Vizualni prikaz momenta propinjanja pri $\alpha = 10°$ 19
Slika 18. Položaj horizontalnog stabilizatora kod kanard izvedbe letjelice 23
Slika 19. Prikaz letjelice uslijed udara bočnog vjetra 26
Slika 20. Grafička rješenja diferencijalnih jednadžbi i njihovo tumačenje 33
Slika 21. Prikaz karakterističnih korijena uzdužnog gibanja u kompleksnoj ravnini 37
Slika 22. Grafički prikaz polova karakterističnih korijena bočnog gibanja 39
Slika 23. Grafovi odziva u uzdužnoj dinamici (kratkoperiodični) 40
Slika 24. Grafovi odziva u uzdužnoj dinamici (fugoid) 41
Slika 25. Grafovi odziva u bočnoj dinamici (aperiodični mod valjanja) 42
Slika 26. Grafovi odziva za *dutch* mod 43
Slika 27. Grafovi odziva spiralnog moda 44

POPIS TABLICA

Tablica 1. Karakteristike krila 3
Tablica 2. Karakteristike kanarda 5
Tablica 3. Karakteristike trupa letjelice 7
Tablica 4. Dimenzije elisa Aerostar Composite Propeller 10x7 inča 9
Tablica 5. Parametri za analizu uzdužne statičke stabilnosti letjelice 25
Tablica 6. Referentno stanje letjelice 31
Tablica 7. Objašnjenje modova uzdužne dinamičke analize 34
Tablica 8. Prigušenje i prirodna frekvencija modova uzdužne dinamike 36
Tablica 9. Prigušenje i prirodna frekvencija modova bočne dinamike 38
Tablica 10. Uvjeti za ocjenu fugoida 46
Tablica 11. Uvjeti za kratkoperiodični mod 47
Tablica 12. Minimalno prigušenje i prirodna frekvencija *dutch* moda 47
Tablica 13. Uvjeti za spiralni mod - minimalno vrijeme da se amplituda oscilacija udvostruči 48

POPIS KRATICA

CAD	(Computer – Aided Design) dizajn pomoću računala
ESC	(Electronic Speed Controller) elektronički regulator brzine
6DOF	(6 Degrees Of Freedom) šest stupnjeva slobode gibanja
CG	(Center of Gravity) središte mase
PLA	(Polylactic Acid) vrsta filamenta za 3D print
GPS	(Global Positioning System) globalni satelitski sustav
GNSS	(Global Navigation Satellite System) globalni navigacijski satelitski sustav
CFD	(Computational Fluid Dynamics) grana mehanike fluida koja koristi numeričke analize i strukture podataka za rješavanje i analizu problema u fluidima

POPIS OZNAKA

AR_k	aspektni odnos krila
AR_c	aspektni odnos kanarda
b_k	raspon krila
b_c	raspon kanarda
β	koeficijent stlačivosti
A,B,C,D	matrice
C_{m0}	koeficijent propinjanja na nultom napadnom kutu
C_{m_α}	promjena u koeficijentu momenta propinjanja uslijed promjene napadnog kuta
$C_{m_{5_e}}$	promjena koeficijenta momenta propinjanja uslijed promjene otklona kormila dubine
$C_{m_{uk}}$	ukupni moment propinjanja letjelice
C_{m_m}	moment propinjanja uslijed utjecaja motora
C_{m_t}	moment propinjanja uslijed utjecaja trupa
C_{m_k}	moment propinjanja uslijed utjecaja krila
C_{m_c}	moment propinjanja uslijed utjecaja kanarda
C_{m_r}	moment propinjanja uslijed utjecaja repa
C_N	koeficijent normalne sile
C_{L_α}	koeficijent uzgona s obzirom na promjenu po napadnom kutu
C_{L_δ}	koeficijent uzgona po otklonu kormila
$C_{L_{rav}}$	ravnotežni koeficijent uzgona
$(C_{l_\alpha})_k$	gradijent koeficijenta uzgona o napadnom kutu za aeroprofil krila
$(C_{l_\alpha})_c$	gradijent koeficijenta uzgona o napadnom kutu za aeroprofil kanarda
$(C_{L_\alpha})_k$	gradijent koeficijenta uzgona o napadnom kutu za krilo
$(C_{L_\alpha})_c$	gradijent koeficijenta uzgona o napadnom kutu za kanard

C_m	koeficijent momenta propinjanja
C_{m_α}	koeficijent momenta propinjanja po napadnom kutu
d	promjer
d_e	promjer elise
$F_{P\sigma}$	sila u ravnini diska propelera
h	visina
I_m	imaginarna os
I_{xx}	polarni moment tromosti oko osi *x*
I_{yy}	polarni moment tromosti oko osi *y*
I_{zz}	polarni moment tromosti oko osi *z*
L	aerodinamički moment oko osi *x*
L_p	promjena aerodinamičkog momenta *L* s obzirom na *p*
L_r	promjena aerodinamičkog momenta *L* s obzirom na *r*
L_v	promjena aerodinamičkog momenta *L* s obzirom na *v*
L_{δ_a}	promjena aerodinamičkog momenta *L* s obzirom na otklon krilaca
L_{δ_r}	promjena aerodinamičkog momenta *L* s obzirom na otklon kormila pravca
l	duljina
m	masa
M	aerodinamički moment oko osi *y*
M_q	promjena aerodinamičkog momenta *M* s obzirom na *q*
M_u	promjena aerodinamičkog momenta *M* s obzirom na *u*
M_w	promjena aerodinamičkog momenta *M* s obzirom na *w*
M_{δ_e}	promjena aerodinamičkog momenta *M* s obzirom na otklon kormila dubine
N	aerodinamički moment oko osi *z*
N_p	promjena aerodinamičkog momenta *N* s obzirom na *p*
N_r	promjena aerodinamičkog momenta *N* s obzirom na *r*

N_v	promjena aerodinamičkog momenta *N* s obzirom na *v*
N_{δ_a}	promjena aerodinamičkog momenta *N* s obzirom na otklon krilaca
N_{δ_r}	promjena aerodinamičkog momenta *N* s obzirom na otklon kormila pravca
p, q, r	komponente kutne brzine (valjanja, propinjanja, skretanja)
R_e	realna os
S_k	površina krila
S_c	površina kanarda
u	upravljački vektor
U_0	referentna brzina
U_r	promjena brzine u smjeru osi *x* s obzirom na *r*
V	brzina
x	vektor stanja
X	aerodinamička sila u smjeru osi *x*
X_u	promjena aerodinamičke sile *X* s obzirom na *u*
X_w	promjena aerodinamičke sile *X* s obzirom na w
X_{δ_e}	promjena aerodinamičke sile *X* s obzirom na otklon kormila dubine
Y	aerodinamička sila u smjeru osi *y*
Y_v	promjena aerodinamičke sile *Y* s obzirom na *v*
Y_{δ_a}	promjena aerodinamičke sile *Y* s obzirom na otklon krilaca
Y_{δ_r}	promjena aerodinamičke sile *Y* s obzirom na otklon kormila pravca
Z	aerodinamička sila u smjeru osi *z*
Z_u	promjena aerodinamičke sile *Z* s obzirom na *u*
Z_w	promjena aerodinamičke sile *Z* s obzirom na *w*
Z_{δ_e}	promjena aerodinamičke sile *Z* s obzirom na otklon kormila dubine
x, y, z	koordinatne osi
α	grč. alfa, napadni kut

α_{L0}	grč. alfa, napadni kut nultog uzgona
α_{rav}	grč. alfa, ravnotežni napadni kut
β	grč. beta, kut klizanja
δ_e	grč. delta, otklon kormila dubine
δ_a	grč. delta, otklon krilaca
δ_r	grč. delta, otklon kormila pravca
δ_{rav}	grč. delta, ravnotežni otklon kormila dubine
θ	grč. theta, kut propinjanja
Λ_t	grč.lambda, kut strijele geometrijskog mjesta najveće debljine aeroprofila
τ	grč. tau, vrijeme amplitude
ϕ	grč. phi, kut valjanja
ψ	grč. psi, kut skretanja
ω	grč. omega, kutna brzina
λ	grč. lambda, suženje krila
ζ	grč, sigma, prigušenje
ω_n	grč. omega, prirodna frekvencija
ω_s	grč. omega, frekvencija sustava

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet prometnih znanosti
10000 Zagreb
Vukelićeva 4

METAPODACI

Naslov rada: Linearni model i analiza upravljivosti bespilotne letjelice s kanardima

Autor: Nikola Cvetković

Mentor: Dr. sc. Karolina Krajček Nikolić

Naslov na drugom jeziku (engleski):

Linear model and flying qualities of an unmanned aerial vehicle with canard configuration

Povjerenstvo za obranu:

- Doc. dr. sc. Anita Domitrović , predsjednik
- Dr. sc. Karolina Krajček Nikolić , mentor
- Mr. sc. Davor Franjković , član
- Dr. sc. Tomislav Radišić , zamjena

Ustanova koja je dodjelila akademski stupanj: Fakultet prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu

Zavod: Zavod za aeronautiku

Vrsta studija: sveučilišni

Naziv studijskog programa: Aeronautika

Stupanj: diplomski

Akademski naziv: mag. ing. aeronaut.

Datum obrane diplomskog rada:

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet prometnih znanosti
10000 Zagreb
Vukelićeva 4

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOST

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem kako je ovaj diplomski rad isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem kako nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, niti je prepisan iz necitiranog rada, te nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem također, kako nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu diplomskog rada pod naslovom **Linearni model i analiza upravljivosti bespilotne letjelice s kanardima**

na internetskim stranicama i repozitoriju Fakulteta prometnih znanosti, Digitalnom akademskom repozitoriju (DAR) pri Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu.

Student/ica:

U Zagrebu, 18.9.2017

M. Cvetković

(potpis)