

Analiza trajanja studiranja na preddiplomskom studiju matematičkog odsjeka PMFa Sveučilišta u Zagrebu

Beštak, Jelena

Master's thesis / Diplomski rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:633098>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-05-20**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK

Jelena Beštak

ANALIZA TRAJANJA STUDIRANJA NA
PREDDIPLOMSKOM STUDIJU MATEMATIČKOG
ODSJEKA PMF-A SVEUČILIŠTA U ZAGREBU

Diplomski rad

Zagreb, lipanj 2016.

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK**

Jelena Beštak

**ANALIZA TRAJANJA STUDIRANJA NA
PREDDIPLOMSKOM STUDIJU MATEMATIČKOG
ODSJEKA PMF-A SVEUČILIŠTA U ZAGREBU**

Diplomski rad

Voditelj rada:
Prof.dr.sc. Anamarija Jazbec

Zagreb, 2016

Ovaj diplomski rad obranjen je dana _____ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. _____, predsjednik
2. _____, član
3. _____, član

Povjerenstvo je rad ocjenilo ocjenom _____.

Potpisi članova povjerenstva:

1. _____
2. _____
3. _____

Veliko hvala mentorici na iznimnom strpljenju, razumijevanju i savjetima te studentima koji su pristali sudjelovati u istraživanju.

Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Anketa.....	2
2.1. Provođenje ankete	2
2.2. Anketa	3
3. Statističke metode	6
3.1. Programska podrška	6
3.2. Testiranje razlika očekivanja.....	6
3.1.1. Studentov t-test.....	6
3.2.2. ANOVA.....	7
3.2.3. Mann-Whitney-Wilcoxon test	10
3.2.4. Kruskal-Wallis test	12
3.3. Testiranje homogenosti	13
3.3.1. Fisherov test.....	13
3.3.2. Levenov test.....	13
3.4. Testiranje normalnosti.....	14
3.4.1. Kolmogorov-Smirnovljev test	15
3.5. Post hoc testovi	16
3.5.1. Tukey test	16
3.5.2. Hochbergova procedura.....	17
3.6. Analiza doživljenja.....	18
3.6.1. Kaplan-Meier procjena.....	19
4. Analiza trajanja preddiplomskog studija na Matematičkom odsjeku PMF-a.....	21
Literatura.....	84
Sažetak	85

1. Uvod

Predmet ovog rada je detaljna analiza trajanja preddiplomskog studija na Matematičkom odsjeku PMF-a u Zagrebu. U tu svhu, provedeno je anketno istraživanje na velikom broju studenata sa završenim preddiplomskim studijem.

Cilj ovog diplomskog rada je odgovarajućim metodama analizirati podatke te odrediti faktore koji utječu na trajanje studija, prikupiti mišljenja studenata te testirati utječu li ta mišljenja na trajanje preddiplomskog studija.

Motivacija ovog diplomskog rada bila je pronalazak najbolje odgovarajuće metode za odgovarajući problem koristeći pritom neki od aktualnih softvera.

2. Anketa

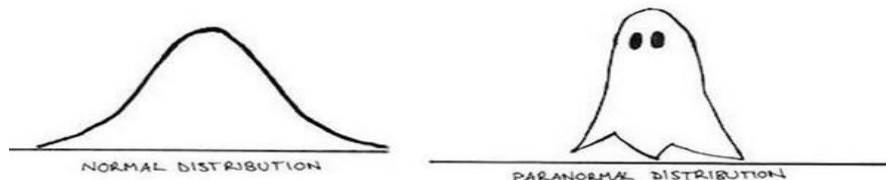
2.1. Provođenje ankete

Uz odobrenje pročelnika Matematičkog odsjeka PMF-a u Zagrebu, provedeno je anketno istraživanje sa studentima svih diplomskih studija. Anketa je provedena u periodu od 28.02.2016.- 18.03.2016., na redovitim satima predavanja, uz dodatnu dozvolu profesora. Za posjetu su odabrana predavanja obaveznih kolegija u svrhu prikupljanja što većeg broja ispitanika. Svakom studentu je bila dodijeljena anketa, bili su slobodni postaviti pitanja oko eventualnih nejasnoća te su po završetku ispunjavanja ankete pokupljene. Nejasnoća se pojavila kod 20. pitanja- nije bilo svim studentima sasvim jasno da se traži vrijeme putovanja u jednom smjeru te kod 13. pitanja- u anketi nije precizirano da je potrebno upisati mjesečni prosjek stipendija koje su primali (u slučaju da su primali stipendije različitog iznosa).

Anketom je ispitano 263 studenata. Od toga je 87 studenata s Matematike; nastavničkog smjera, 18 s Matematike i informatike; nastavničkog smjera, 34 s Financijske i poslovne matematike, 51 s Matematičke statistike, 22 s Primjenjene matematike, 43 s Računarske matematike te 8 studenata s Teorijske matematike.

2.2. Anketa

Anketa u svrhu izrade Diplomskog rada na temu „Analiza trajanja studiranja na prediplomskom studiju matematičkog odsjeka PMF-a Sveučilišta u Zagrebu“. Hvala Vam na vremenu kojeg ćete odvojiti!



1. Spol: M Ž
2. Godina rođenja: _____
3. Mjesto prebivališta: _____
4. Županija prebivališta: _____
5. Koje godine ste upisali ovaj fakultet? _____
6. Koliko je godina trajao Vaš preddiplomski studij? _____
7. Koji smjer ste upisali na preddiplomskom studiju?
 - a. Nastavnički
 - b. Inženjerski
8. Na kojem ste smjeru trenutno upisani? _____
9. Na kojoj ste godini diplomskog studija trenutno? _____
10. Gdje ste živjeli tokom preddiplomskog studija? (Jedan odgovor; u slučaju da je više točnih, odaberite mjesto na kojem je proveden veći dio vremena)
 - a. Studentski dom
 - b. Privatni stan/ kuća
 - c. Iznajmljeni stan/ soba
11. S kojom ste prosječnom svotom novaca mjesečno raspolagali tokom preddiplomskog studija (bez troškova stanarine i prijevoza)? (Jedan odgovor)
 - a. < 500 kn
 - b. 500-1000 kn
 - c. > 1000 kn

12. Jeste li primali stipendiju tokom preddiplomskog studija?
- a. Da
 - b. Ne
13. Ukoliko je odgovor u 12. „Da“, u kojem mjesečnom iznosu? _____
14. Koja je prosječna ocjena Vašeg cijelog preddiplomskog studija? (Na dvije decimale) _____
15. Koju ste srednju školu završili?
- a. Opću gimnaziju
 - b. Matematičku gimnaziju
 - c. Strukovnu školu
16. Koji je po redu (na prioritetnoj listi) bio izbor *PMF, Matematika* prilikom upisa fakulteta? _____ (1., 2., 3., itd.)
17. Koju ocjenu ste dobili na maturi iz predmeta Matematika? _____
18. Jeste li bili zaposleni tokom preddiplomskog studija?
- a. Da
 - b. Ne
19. Ako ste bili zaposleni, smatrate li da ste zbog toga postizali slabije rezultate na kolokvijima/ ispitima?
- a. Da
 - b. Ne
 - c. Povremeno
20. Koliko vremena ste dnevno trošili na putovanje od mjesta boravka do fakulteta tokom preddiplomskog studija? (U minutama) _____
21. Jeste li plaćali preddiplomski studij?
- a. Da
 - b. Ne

22. Ako je odgovor u 21. „Da“, što smatrate uzrocima neredovitom polaganju kolegija? (Više odgovora)
- a. težina gradiva
 - b. nedovoljno vremena provedeno u ponavljanju gradiva
 - c. strogost profesora
 - d. _____ (slobodni odgovor)
23. Možete li reći da je plaćanje nepoloženih kolegija bila motivacija da završite preddiplomski studij u roku?
- a. Da
 - b. Ne
 - c. Nisam o tome razmišljao/la
24. Za koje od ponuđenih biste rekli da Vam je GLAVNA motivacija da završite fakultet PMF na Matematičkom odsjeku?
- a. Vlastiti interesi (zanimanje za matematikom, titula visokoobrazovane osobe, visoka plaća, traženo zanimanje i sl.)
 - b. Interes obitelji (niste znali što biste drugo, niste sami odabrali fakultet, imate obiteljski obrt/tvrtku koju morate preuzeti, a tiče se matematike i sl.)

Hvala na suradnji!

3. Statističke metode

3.1. Programska podrška

SAS je jedan od statističkih softverskih paketa. Sve statističke analize rađene su koristeći statistički programski paket SAS 9.3. Za sve statističke analize greška tipa I (α) od 5% smatrana je statistički značajnom. Svi grafički prikazi napravljeni su koristeći SAS 9.3 i Statistica 8.0. [1]

3.2 Testiranje razlika očekivanja

U ovom radu nas zanima što sve utječe na duljinu trajanja preddiplomskog studija na PMF-u, Matematičkom odsjeku. Problem se svodi na usporedbu duljine trajanja među različitim uzorcima studenata (npr. između muških i ženskih studenata, između onih koji žive u studentskom domu, u privatnom smještaju ili u iznajmljenom stanu). Tu usporedbu moguće je provesti na puno različitih načina, zavisno o uvjetima koje uzorci zadovoljavaju. Bit će spomenuti i objašnjeni svi testovi koji budu korišteni u analizi te oni koji su potrebni za razumijevanje problematike uvjetovanja u njihovom korištenju.

Hipoteze koje testiramo su:

$$\begin{aligned} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu \\ H_1: \exists j = 1, 2, \dots, k \quad \mu_j \neq \mu. \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

3.2.1. Studentov t-test

Ovaj test koristi se pri usporedbi dva očekivanja. Prema [4], uvjeti pod kojima se t-test može koristiti su sljedeći:

1. uzorci moraju biti nezavisni,
2. varijance populacija iz kojih su uzeti uzorci moraju biti jednake (tzv. *homogenost* varijance),
3. populacije iz koje su uzeti uzorci moraju biti normalno distribuirane.

Testna statistika je

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_d} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (3.2.2)$$

pri čemu su $\bar{x}_1$ i $\bar{x}_2$ aritmetičke sredine uzoraka, n_1 i n_2 veličine uzoraka, a S_d procjenitelj zajedničke standardne devijacije σ na osnovi oba uzorka i računa se na sljedeći način:

$$S_d = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad (3.2.3)$$

Pritom su S_1^2 i S_2^2 varijance prvog i drugog uzorka.

Rezultat dobivamo uspoređujući t statistiku s teorijskom vrijednošću slučajne varijable Studentove t distribucije s $(n_1 + n_2 - 2)$ stupnja slobode ili koristeći p -vrijednost (vidi [6]). Općenito, ukoliko je p -vrijednost manja od razine značajnosti, odbacujemo nultu hipotezu, a ukoliko je veća prihvaćamo ju.

3.2.2. Analiza varijance

Analizu varijance (ANOVA) koristimo prilikom usporedbe 3 ili više očekivanja. Moguće je također pratiti i utjecaj više faktora na varijablu. U tom slučaju testiramo višefaktorskim ANOVA testom o kojem neće biti riječi u ovom radu. Slično kao i u t -testu, tako je i ANOVA test valjan pod uvjetima:

1. uzorci moraju biti nezavisni,
2. varijance populacija iz kojih su uzeti uzorci moraju biti jednake,
3. populacije iz koje su uzeti uzorci moraju biti normalno distribuirane.

Neka je k broj uzoraka i n_i broj opservacija i -tog uzorka.

	Uzorci				
	1	2	...	k	Aritmetičke sredine redaka
	x_{11}	x_{12}	...	x_{1k}	$\bar{x}_{1.}$
	x_{21}	x_{22}	...	x_{2k}	$\bar{x}_{2.}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$x_{n_1 1}$	$x_{n_2 2}$	...	$x_{n_k k}$	$\bar{x}_{n_i.}$
Aritmetičke sredine stupaca	$\bar{x}_{.1}$	$\bar{x}_{.2}$	...	$\bar{x}_{.k}$	$\bar{x}$

Tablica 3.2.4 Raščlamba oznaka po uzorcima

Aritmetička sredina p -tog uzorka računa se po formuli:

$$\bar{x}_{.p} = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} x_{ip}}{n_p} \quad (3.2.5)$$

Aritmetička sredina p -tog reda računa se po formuli:

$$\bar{x}_{p.} = \frac{\sum_{j=1}^k x_{pj}}{k} \quad (3.2.6)$$

Aritmetička sredina svih opservacija sada se računa ovako:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^k x_{ij}}{\sum_{j=1}^k n_j} \quad (3.2.7)$$

Problem razlike sredine uzoraka svodimo na promatranje varijabilnosti. Naime, ukoliko je varijabilnost između uzoraka veća od varijabilnosti unutar uzoraka, možemo pretpostaviti da se radi o različitim populacijama. Odatle naziv testa ANOVA- analiza varijance (vidi [4]). Je li ta razlika u varijabilnostima statistički značajna ili je slučajna- provjeravamo testirajući omjer navedenih varijanci F testom. Testom provjeravamo razlikuju li se očekivanja značajno, no ne i koje grupe su različite. Za taj rezultat ćemo koristiti jedan od post hoc testova o kojima će kasnije biti riječi.

Ukupna varijabilnost ili *suma kvadrata* (SS) jednaka je zbroju varijabilnosti između uzoraka (objašnjena varijabilnost ili *suma kvadrata uzoraka*- SST) i varijabilnosti unutar uzoraka (neobjašnjena varijabilnost ili *suma kvadrata unutar uzoraka*- SSE).

$$SS = SST + SSE \quad (3.2.8)$$

Drugim riječima, SS je suma kvadratnog odstupanja svih opservacija od aritmetičke sredine svih opservacija, SST je suma kvadratnog odstupanja prosjeka svake kolone (aritmetičke sredine uzorka) od aritmetičke sredine svih opservacija pomnožena s brojem opservacija tog uzorka, a SSE je suma kvadratnog odstupanja elemenata svakog uzorka od aritmetičke sredine uzorka, sumirano po svim kolonama.

$$SS = \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^k (x_{ij} - \bar{x})^2 \quad (3.2.9)$$

$$SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k n_i (\bar{x}_{.j} - \bar{x})^2 \quad (3.2.10)$$

$$SSE = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_{.j})^2 \quad (3.2.11)$$

Formu F statistike najlakše je pratiti putem ANOVA tablice (3.2.12).

Izvor varijabilnosti	Stupnjevi slobode	Suma kvadrata	Varijanca	Empirijski F-omjer
Između uzoraka	k-1	SST	$MST = \frac{SST}{k-1}$	$F = \frac{MST}{MSE}$
Unutar uzoraka	k(n-1)	SSE	$MSE = \frac{SSE}{k(n-1)}$	
Σ	kn-1	SS		

Tablica 3.2.12 Tablica jednofaktorske ANOVE

Analizu varijance unutar SAS-a moguće je koristiti pozivom na proceduru ANOVA. U slučaju kada imamo nebalansirani dizajn podataka (nejednaki broj opservacija po uzorku), bolja varijanta je koristiti proceduru GLM (eng. *General Linear Models*) koja koristi procjenu marginalnih očekivanja (tzv. LS-means, eng. *least-square means*). Procedura računa LS-means procjenu tako da najprije računa aritmetičke sredine po retcima, zatim po stupcima pa krajnje rješenje bude aritmetička sredina dobivenih sredina.

3.2.3. Mann-Whitney-Wilcoxon test

Ovaj neparametrijski test koristi se kod testiranja razlike očekivanja na temelju dva nezavisna uzorka koja nisu normalno distribuirana. Testiranje se temelji na rangiranju podataka. Neka su n_1 i n_2 veličine uzoraka. Pretpostavimo da je $n_1 \leq n_2$. Spojimo li vrijednosti oba uzorka, dobivamo novi niz s n članova. Svakoj vrijednosti novonastalog niza dodijelimo rang- najmanjoj rang 1, idućoj rang 2, najvećoj rang n . Ukoliko se pojavi više jednakih rangova (tzv. *vezani rangovi*, eng. *ties*), svakoj se pridružuje prosječni rang (vidi [1]).

Prilikom formacije testne statistike, ovaj test koristi tzv. *jednostavnu linearnu statistiku ranga* (oznaka: S)

$$S = \sum_{j=1}^n c_j a(R_j), \quad (3.2.13)$$

gdje su:

R_j = rang j -te opservacije,

$a(R_j)$ = bodovi (eng. *scores*) postignuti na rang R_j ,

c_j = indikator; označava kojem uzorku pripada j -ta opservacija,

n = ukupan broj opservacija.

Wilcoxonovi bodovi su ujedno i rangovi opservacija, tj. $a(R_j) = R_j$. Koristeći Wilcoxonove bodove u linearnoj statistici ranga, dobivamo statistiku sume rangova Mann-Whitney-Wilcoxon testa.

Nadalje, statistiku ranga S standardiziramo u varijablu Z :

$$Z = \frac{S - E_0(S)}{\sqrt{Var_0(S)}} \quad (3.2.14)$$

Pritom je $E_0(S)$ očekivana vrijednost od S , $Var_0(S)$ varijanca od S pod pretpostavkom da vrijedi nulta hipoteza testa, a računaju se na sljedeći način:

$$E_0(S) = \frac{n_1}{n} \sum_{j=1}^n a(R_j) = \frac{n_1}{n} \sum_{j=1}^n R_j \quad (3.2.15)$$

$$Var_0(S) = \frac{1}{(n-1)} \frac{n_1 \cdot n_2}{n} \left[\sum_{j=1}^n \left(R_j - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_j \right)^2 \right] \quad (3.2.16)$$

3.2.4. Kruskal-Wallis test

Kruskal-Wallis je neparametrijski test koji se koristi kada imamo 3 ili više nezavisnih uzoraka, umjesto analize varijance ukoliko njezini uvjeti nisu ispunjeni. Test se temelji na rangiranju, stoga podaci u uzorku moraju biti numerički (koji budu rangirani), kategorijski ili već rangirani.

Neka su $n_1, n_2, \dots, n_k$ veličine uzoraka iz K populacija. Ukupan je broj svih podataka $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$. Podatke rangiramo od najmanjeg do najvećeg (najmanjem dodijelimo rang 1) uspoređujući sve podatke, ali pritom ih zadrživši unutar svojih uzoraka. Rangove za svaki podatak iz i -tog uzorka i j -te opservacije ćemo označiti s $r(x_{ij})$. Ako se pojavi više jednakih vrijednosti, pridružuje im se prosječni rang.

Testna statistika H se računa na sljedeći način:

$$H = \frac{1}{s^2} \left(\sum_{j=1}^K \frac{R_j^2}{n_j} - \frac{n}{4} (n+1)^2 \right) \quad (3.2.17)$$

pri čemu su R_j suma rangova pridruženih j -tom uzorku i

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^{n_i} r(x_{ij})^2 - \frac{n}{4} (n+1)^2 \right). \quad (3.2.18)$$

Ukoliko vezani rangovi ne postoje, testna statistika postaje

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^K \frac{R_j^2}{n_j} - 3(n+1). \quad (3.2.19)$$

Kada se analiza vrši za 4 ili više uzorka, sampling-distribucija test-veličine približno ima oblik Hi-kvadrat distribucije s $(K - 1)$ stupnja slobode (vidi [2]).

3.3 Testiranje homogenosti

Kažemo da su varijance uzoraka homogene ako su varijance populacija iz kojih su uzorci uzeti jednake.

Testiramo hipoteze:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad (3.3.1)$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2.$$

3.3.1. Fisherov test

Fisherov test koristimo kada testiramo homogenost varijanci dviju populacija. Test se unutar SAS-a koristi u modificiranoj formi (eng. *folded*) običnog Fisherovog testa (vidi [1]). Testna veličina računa se po formuli:

$$F' = \frac{\max(s_1^2, s_2^2)}{\min(s_1^2, s_2^2)}, \quad (3.3.2)$$

pri čemu su s_1^2 i s_2^2 varijance uzoraka.

Zaključak testa dovodi se usporedbom empirijske vrijednosti testa s teorijskom na razini značajnosti α i s stupnjevima slobode $[n_1 - 1, n_2 - 1]$, gdje su n_1 i n_2 veličine uzoraka.

3.3.2. Levenov test

Leveneov test homogenosti varijanci moguće je primijeniti na 2 ili više uzorka. Test se temelji na računanju kvadrata razlika udaljenosti vrijednosti uzorka od njegove aritmetičke sredine i dobar je u slučaju kada nismo sigurni u normalnost podataka jer nije osjetljiv na velika odstupanja od normalne krivulje (vidi [3]).

U SAS proceduri moguće ga je dodatno pozvati prilikom korištenja ANOVA procedure. Test najprije računa udaljenosti podataka od marginalnih aritmetičih sredina $z_{ij} = |x_{ij} - \bar{x}_{i.}|$, zatim novodobivene vrijednosti z_{ij} testira testom analize varijance (ANOVA).

Ukoliko razlika bude puno veća u nekim mjerenjima od ostalih ili bude približno jednaka nuli, SAS će te vrijednosti prilikom testiranja zanemariti.

3.4. Testiranje normalnosti

Najgrublji način testiranja normalnosti je grafičkim putem- pogledati kakvu krivulju čine frekvencije vrijednosti uzorka. Prisjetimo se, uvjet normalnosti uzorka je bitan za korištenje t -testa i ANOVE. Ukoliko graf bude nakošen u lijevo, tj. pozitivno asimetričan, možemo podatke transformirati prirodnim logaritmiranjem. Ako podaci imaju Poissonovu distribuciju, možemo ih transformirati u normalnu korjenovanjem. Ako podaci budu tako distribuirani da im puno vrijednosti poprimi nulu, možemo korjenovati zbroj podataka s vrijednošću između 0 i 1. No, ukoliko se transformacijom podataka krivulja i dalje ne ponaša kao normalna, potrebno je testirati normalnost nekim testom. Najčešće se koriste Kolmogorov-Smirnovljev test i Shapiro-Wilksov test.

Hipoteze koje testiramo:

$$H_0: F(x) = F_0(x), \forall x \quad (3.4.1)$$

$$H_1: \exists x \ F(x) \neq F_0(x),$$

pri čemu je $F_0(x)$ funkcija distribucije normalne razdiobe.

3.4.1. Kolmogorov-Smirnovljev test

Neka je $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ neki uzorak. Prema [1], empirijsku funkciju distribucije (EDF) tog uzorka definiramo na sljedeći način:

$$F(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I(x_j \leq x) \quad (3.4.2)$$

gdje je $I(\cdot)$ indikatorska funkcija koja poprima vrijednost 1 kada je nejednakost $x_j \leq x$ zadovoljena ili 0 kada nije zadovoljena. U testiranju ćemo imati dva ili više uzoraka pa će i -tom uzorku biti dodijeljena empirijska funkcija distribucije F_i . Empirijska funkcija udruženih uzoraka (eng. *pooled EDF*) može se sada zapisati na sljedeći način:

$$F = \frac{1}{n} \sum_i n_i F_i \quad (3.4.3)$$

gdje je n_i broj opservacija u i -tom uzorku, a n ukupan broj opservacija.

Kada imamo dva uzorka, zaključak ćemo donositi na temelju Kolmogorovljeve D statistike:

$$D = \max_j |F_1(x_j) - F_2(x_j)| \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.4.4)$$

Nultu hipotezu ćemo odbaciti ukoliko vrijednost varijable na maksimalnoj razlici bude veća od statistike D .

U slučaju više uzoraka, koristit ćemo Kolmogorov-Smirnovljevu statistiku

$$KS = \max_j \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i n_i (F_i(x_j) - F(x_j))^2} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.4.5)$$

KS statistika računa maksimalno odstupanje između empirijske funkcije distribucije unutar uzoraka i empirijske funkcije distribucije udruženih uzoraka.

Normalnost je također moguće testirati pomoću Kolmogorov-Smirnovljevog testa unutar procedure *UNIVARIATE*, pozivajući opciju *NORMAL*. U tom slučaju SAS ne računa *D* statistiku, nego tzv. *modificiranu D statistku* koju dobije tako da uspoređi podatke s teorijskom normalnom distribucijom koja za očekivanje i varijancu ima aritmetičku sredinu i varijancu uzorka.

3.5. Post hoc testovi

Post hoc testovi se koriste nakon testa uspoređivanja očekivanja u svrhu otkrivanja parova unutar uzoraka koji čine tu razliku u očekivanoj vrijednosti. Većina post hoc testova ugrađena je u proceduru *GLM* ili *ANOVA* jer se u testiranju koriste rezultati testa analize varijanci. Najpoznatiji ovakvi testovi su Tukey, Bonferroni, LSD, Duncan itd. No, u situacijama kada ne budu zadovoljeni uvjeti za korištenje ANOVA testa, nismo u mogućnosti koristiti navedene post hoc testove. U tom slučaju koristit ćemo Hochbergovu proceduru koja uspoređuje p-vrijednosti dobivene neparametrijskom Dwass-Steel-Critchlow-Fligner višestrukom komparativnom analizom.

3.5.1. Tukey test

Tukeyev test umjesto vrijednosti koristi tzv. *studentizirane rangove* (oznaka: q). Reći ćemo da slučajna varijabla X ima standardizirani rang kada ju zapišemo:

$$q = \frac{\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} - \min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}}{s} \quad (3.5.1)$$

pri čemu je s standardna devijacija uzorka $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Pretpostavimo da imamo K populacija normalne distribucije $N(\mu, \sigma^2)$. Neka je s^2 zajednička uzoračka varijanca

svih uzoraka s ϑ stupnjeva slobode. Tada (prema [4]) studentizirani rang ili raspon definiramo kao omjer

$$q_{\alpha}(k, \vartheta) = \frac{\max\{x_1, x_2, \dots, x_k\} - \min\{x_1, x_2, \dots, x_k\}}{s}. \quad (3.5.2)$$

Dvije aritmetičke sredine su statistički značajno različite ako vrijedi

$$|\bar{x}_A - \bar{x}_B| \geq MSR \quad (3.5.3)$$

pri čemu je MSR (eng. *minimum significant range*) najmanji statistički značajan raspon

$$MSR = q_{\alpha}(k, \vartheta) \sqrt{\frac{MSE}{n}}. \text{ Postupak računa MSE opisan je u tablici 3.2.12.}$$

Rezultati Tukey testa unutar SAS-a budu opisani grafom i tablicom koja pokazuje p-vrijednosti parova obilježja na temelju kojih dolazimo do zaključaka koji parovi čine statistički značajnu razliku. Ukoliko koristimo *GLM* proceduru, ovaj test u svom računu koristi *LS-means* procjenu očekivanja o kojoj je bilo riječi u poglavlju 3.2.2.

3.5.2. Hochbergova procedura

Hochbergova ili HM procedura za svoj rad koristi p-vrijednosti dobivene testiranjem uspoređivanja očekivanja po parovima. Obzirom da ću ovu proceduru koristiti kada uzorci ne budu zadovoljili uvjete normalnosti, za testiranje značajnosti razlike koristit ću Kruskal-Wallis test koji kao rezultat izbacuje samo ukupnu p-vrijednost testa, ne i p-vrijednosti po parovima. Iz tog razloga, kako bih dobila navedene p-vrijednosti, koristit ću neparametrijsku Dwass-Steel-Critchlow-Fligner (DSCF) višestruku komparativnu analizu, koja na temelju Wilcoxonove statistike računa p-vrijednosti po parovima (vidi [1]).

Neka je r broj uzoraka. DSCF statistika za parove uzoraka se računa kao $\sqrt{2} \cdot Z$, gdje je Z dvostrana standardizirana Wilcoxonova statistika (3.2.15). Uz istinitost nulte hipoteze,

distribucija DSCF statistike može biti aproksimirana studentiziranim rangom distribucija za r nezavisnih, normalno distribuiranih varijabli. P-vrijednost je tada percentil studentiziranog ranga distribucije koji odgovara vrijednosti DSCF statistike.

Prema [7], Hochbergov algoritam radi na sljedeći način:

1. korak: Poredaj p-vrijednosti od najveće do najmanje, tj.
2. korak: $p_{(1)} \geq p_{(2)} \geq \dots \geq p_{(k)}$
3. korak: Neka je $i = 1$.
4. korak: Ako je $p_{(i)} \leq \frac{\alpha}{i}$, odbaci sve preostale hipoteze $H_{(i)}, H_{(i+1)}, \dots, H_{(k)}$ i stani.
5. korak: Ako je $p_{(i)} > \frac{\alpha}{i}$, prihvati $H_{(i)}$, povećaj i za 1 i vrati se na četvrti korak.

Na ovaj način dobit ćemo odgovor na pitanje koje p-vrijednosti su dovoljno “male” da razlike po parovima budu statistički značajne, na razini značajnosti od 5%.

3.6. Analiza doživljenja

Analiza doživljenja (engl. *survival analysis*) je analiza nekog događaja (npr. završetak preddiplomskog studija) tokom vremena uz evidenciju trenutka kada je do tog događaja došlo i koje je početno vrijeme praćenja.

Prednost ove analize naspram ostalih statističkih metoda je cenzuriranje (vidi [5]). Naime, ukoliko nam nije poznato vrijeme kada se neki događaj dogodio, možemo ga cenzurirati (s lijeva, s desna, intervalno). U ovom radu neće biti potrebe za cenzuriranjem jer za svakog ispitanika imamo podatak kada je upisao preddiplomski fakultet i koliko je on trajao.

Označit ćemo s T događaj kojeg pratimo (završetak preddiplomskog studija) i s t vrijeme potrebno da se taj događaj dogodi.

Funkcija doživljenja (eng. *survivor function*, oznaka: $S(t)$) je vjerojatnost da je vrijeme doživljenja veće ili jednako nekom vremenu t , tj. vjerojatnost da u vremenu t student još uvijek nije završio preddiplomski studij (vidi [4]).

$$S(t) = P\{T \geq t\} = 1 - P\{T < t\} = 1 - F(t) \quad (3.6.1)$$

Kada nam je poznata distribucija događaja kojeg pratimo, poznate su nam i pripadne funkcije doživljenja. Međutim, kada nam distribucija nije poznata, morat ćemo funkciju procjeniti. Najpoznatija neparametrijska metoda procjene funkcije doživljenja je Kaplan-Meier procjena.

3.6.1. Kaplan-Meier procjena

Svakom članu uzorka pridružujemo dvodimenzionalno obilježje (T, D) , pri čemu su:

T = vrijeme nekog promatranog događaja,

D = indikator, je li se događaj dogodio ($da=1$, $ne=0$).

Skup $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ čine vrijednosti varijable T , pri čemu je $t_1 < t_2 < \dots < t_n$, a skup $\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ čine vrijednosti varijable D . Označimo još s r_i broj “rizičnih” u trenutku t_i , tj. broj onih kojima se događaj još nije dogodio (u našem slučaju, broj onih koji još nisu završili preddiplomski studij). Kaplan-Meier procjena funkcije doživljenja tada ima oblik [4]:

$$\hat{S}(t) = \prod_{t_i \leq t} \left[\frac{r_i - d_i}{r_i} \right], \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.6.2)$$

SAS kôd za poziv procedure (metoda Kaplan-Meier):

```
data baza;  
set baza;  
d=1;                /* dodan je stupac indikatora u bazu, sve su jedinice jer su svi  
run;                ispitanici završili preddiplomski studij */  
proc sort data=baza;  
by ime_varijable;  
run;  
proc lifetest data=baza method=km plots=(s) outsurv=pom graphics;  
time trajanje*d(0);  
strata ime_varijable;    /* označuje klasifikaciju uzoraka po kojima ćemo  
run;                    raditi procjene */
```

Analogon testova usporedbe očekivanja u analizi doživljenja su testovi Log-Rank, Wilcoxon i $-2\log L$.

Testiramo hipoteze:

$$H_0 : S_1(t) = S_2(t) = \dots = S_k(t) = S(t) \quad (3.6.3)$$
$$H_1 : \exists i, j = 1, 2, \dots, k \quad S_i(t) \neq S(t)$$

Sva tri testa temelje se na razlici opaženih i očekivanih vrijednosti. Prilikom testiranja SAS automatski izbaci odgovarajuće p-vrijednosti sva tri testa.

Zaključke unutar ovog rada donijet ću na temelju Log-Rank testa. Log-Rank testna statistika je dana izrazom:

$$\text{Log} - \text{Rank} = \sum_{i=1}^j (d_{1i} - e_{1i}) \quad (3.6.4)$$

gdje je j broj procjenjenih funkcija doživljenja koje testiramo, d_{1i} indikator prve grupe u i -tom trenutku, a e_{1i} očekivana vrijednost prve grupe u i -tom trenutku.

4. Analiza trajanja preddiplomskog studija na Matematičkom odsjeku PMF-a

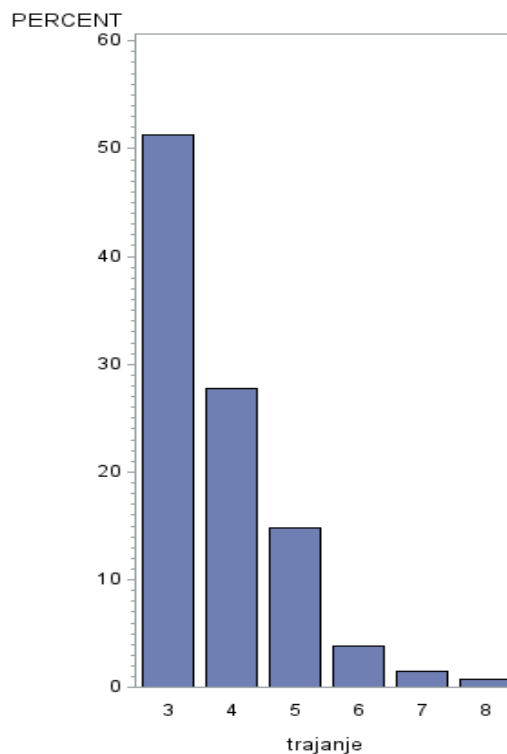
Svako pitanje unutar navedene ankete predstavlja novu varijablu koja potencijalno utječe na duljinu trajanja preddiplomskog studija. Navest ću kroz kratka poglavlja sve te varijable, njihova deskriptivna obilježja te detaljno testirati njihov utjecaj na varijablu *trajanje*. Deskriptivna statistika varijable *trajanje* se nalazi u tablici 4.1. i tablici 4.2.

	$\bar{X}$	<i>Std</i>	X_{min}	Q_1	<i>Me</i>	Q_3	X_{max}
Trajanje (godina)	3.79	1.02	3	3	3	4	8

Tablica 4.1 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* kao numeričke varijable

Trajanje	Frekvencija	Udio (%)
3	135	51.33
4	73	27.76
5	39	14.83
6	10	3.80
7	4	1.52
8	2	0.76
Σ	263	100

Tablica 4.2 Tablica frekvencija varijable *trajanje*



Slika 4.3 Stupičasti dijagram varijable *trajanje*

Deskriptivnu analizu varijabli možemo napraviti koristeći procedure *UNIVARIATE* i *FREQ* na sljedeći način:

```
proc univariate data=baza;
var ime_varijable;
run;
```

```
proc freq data=baza;
table ime_varijable;
run;
```

```
proc gchart data=baza;                /* crta stupičasti graf */
vbar ime_varijable / discrete type=percent;
run;
/* vbar u kôdu određuje okomit stupičasti graf, a discrete varijablu tretira kao
diskretnu */
```

Prema slici 4.3 može se naslutiti da varijabla *trajanje* neće biti normalno distribuirana. Testiramo tu pretpostavku Kolmogorov-Smirnovljevim testom unutar procedure *UNIVARIATE*.

```
proc univariate data=baza normal;  
var trajanje;  
run;
```

Rezultat procedure je tablica s p-vrijednostima više testova normalnosti, od kojih u ove svrhe koristimo Kolmogorov-Smirnovljev test.

Testovi normalnosti				
Test	Statistika		p-vrijednost	
Shapiro-Wilk	W	0.757515	Pr < W	<0.0001
Kolmogorov-Smirnov	D	0.294202	Pr > D	<0.0100
Cramer-von Mises	W-Sq	4.066008	Pr > W-Sq	<0.0050
Anderson-Darling	A-Sq	23.49739	Pr > A-Sq	<0.0050

Slika 4.4 Testiranje normalnosti varijable *trajanje*

Obzirom da je p-vrijednost Kolmogorov-Smirnovljevog testa <0.01 , zaključujem da varijabla *trajanje* nije normalno distribuirana. Sličan rezultat dobiven je i transformacijom varijable *trajanje*. Iz tog razloga, u daljnjoj analizi koristimo neparametrijske testove.

Spol

Prije svega, vrlo je primjetno kako matematičkim odsjekom dominiraju studentice s 68.82% udjela. Unatoč tome, pokazat ćemo da ne postoji statistički značajna razlika u trajanju prediplomskog studija unutar studenata pripadnika različitog spola.

```
proc sort data=baza;  
by spol;  
run;
```

```
proc univariate data=baza;  
var trajanje;  
by spol;  
run;
```

	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
Spol	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
m	37	26	13	4	1	1	82	31.18	3.89	1.05	3	4	8
ž	98	47	26	6	3	1	181	68.82	3.74	1.00	3	3	8
Σ	135	73	39	10	4	2	263	100					

Tablica 4.5 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po spolu

Nezavisnost uzoraka je potpuno jasna, obzirom da je svaki ispitanik jednoznačno odgovorio na pitanje o spolu. Homogenost nema smisla testirati jer smo pokazali da varijabla *trajanje* nije normalno distribuirana pa za usporedbu trajanja po spolu moramo koristiti neparametrijski Mann-Whitney-Wilcoxon test.

```
proc npar1way data =baza WILCOXON;  
class spol;  
var trajanje;  
run;
```

Opcija *WILCOXON* nam automatski daje i rezultate Kruskal-Wallis testa, no on nam trenutno nije potreban. Kruskal-Wallis test ćemo koristiti prilikom testiranja više od dva uzorka.

Wilcoxon Test	
Z	1.2831
Jednosmjerni Pr > Z	0.0997
Dvosmjerni Pr > Z	0.1995

Tablica 4.6 Mann-Whitney-Wilcoxon test usporedbe očekivanih vrijednosti *trajanja* obzirom na spol

Iz tablice 4.6 čitam da na razini značajnosti od 5% ne možemo odbiti nultu hipotezu o jednakosti očekivanja, tj. ne postoji statistički značajna razlika u duljini trajanja preddiplomskog studija između pripadnika različitih spolova.

Mjesto prebivališta

Studenti su bili upitani o mjestu prebivališta. Obzirom da je *mjesto* kvalitativna varijabla, za analizu sam koristila ponovo proceduru *FREQ*. Na taj način dobiveni su najčešći gradovi prebivališta studenata od kojih je vodeći Zagreb s 39.31% studenata, zatim Slavonski Brod i Varaždin s 2.67% te Karlovac i Čakovec s 2.29% (tablica 4.7).

Mjesto	Frekvencija	Udio (%)	$\bar{x}$	<i>Std</i>	x_{min}	<i>Me</i>	x_{max}
Bjelovar	3	1.15	3.67	1.15	3	3	5
Brckovljani	1	0.38	3	.	3	3	3
Barban	1	0.38	4	.	4	4	4
Donja Dubrava	1	0.38	3	.	3	3	3

Duga Resa	3	1.15	3.33	0.58	3	3	4
Dugo Selo	4	1.53	4.5	1.29	3	4.5	6
Grubišno Polje	1	0.38	3	.	3	3	3
Gospić	1	0.38	3	.	3	3	3
Garešnica	1	0.38	4	.	4	4	4
Glina	1	0.38	5	.	5	5	5
Grude	2	0.76	3.5	0.71	3	3.5	4
Gornja Šemnica	1	0.38	3	.	3	3	3
Hvar	1	0.38	4	.	4	4	4
Ivanec	3	1.15	3.67	0.58	3	4	4
Jasenovac	1	0.38	3	.	3	3	3
Jakovlje	1	0.38	5	.	5	5	5
Karlovac	6	2.29	3.67	1.21	3	3	6
Kaštel Lukšić	1	0.38	3	.	3	3	3
Kaštel Sućurac	1	0.38	3	.	3	3	3
Koprivnica	1	0.38	3	.	3	3	3
Kraljevec na Sutli	1	0.38	4	.	4	4	4
Kastav	1	0.38	3	.	3	3	3
Kladje	1	0.38	3	.	3	3	3
Knin	1	0.38	3	.	3	3	3
Korčula	1	0.38	3	.	3	3	3
Kotoriba	1	0.38	4	.	4	4	4
Krapina	2	0.76	3.5	0.71	3	3.5	4
Križ	1	0.38	4	.	4	4	4
Krvavac	1	0.38	3	.	3	3	3
Kutina	1	0.38	3	.	3	3	3
Kutjevo	1	0.38	5	.	5	5	5
Labin	1	0.38	4	.	4	4	4
Lekenik	2	0.76	4.5	2.12	3	4.5	6
Ljubuški	1	0.38	4	.	4	4	4
Lobor	1	0.38	3	.	3	3	3
Lokvičići	1	0.38	3	.	3	3	3
Lopatinec	1	0.38	3	.	3	3	3
Metković	2	0.76	4	1.41	3	4	5
Mala Subotica	1	0.38	4	.	4	4	4
Margečan	1	0.38	4	.	4	4	4
Mače	1	0.38	4	.	4	4	4
Mostar	1	0.38	3	.	3	3	3

Murter	1	0.38	4	.	4	4	4
Nova Gradiška	1	0.38	3	.	3	3	3
Novi Marof	2	0.76	3.5	0.71	3	3.5	4
Našice	2	0.76	3	0	3	3	3
Novakovec	1	0.38	4	.	4	4	4
Ošlje	1	0.38	3	.	3	3	3
Pula	2	0.76	5	2.83	3	5	7
Pazin	1	0.38	3	.	3	3	3
Pleternica	1	0.38	3	.	3	3	3
Pleškovec	1	0.38	3	.	3	3	3
Ploče	1	0.38	4	.	4	4	4
Podturen	1	0.38	3	.	3	3	3
Predavac	1	0.38	5	.	5	5	5
Prelog	1	0.38	3	.	3	3	3
Požega	3	1.15	4	1	3	4	5
Rijeka	2	0.76	4	1.41	3	4	5
Radakovo	1	0.38	5	.	5	5	5
Radnovac	1	0.38	3	.	3	3	3
Repinec	1	0.38	4	.	4	4	4
Rovinj	1	0.38	5	.	5	5	5
Samobor	2	0.76	3	0	3	3	3
Slavonski Brod	7	2.67	4	1.15	3	4	6
Stari Grad	1	0.38	4	.	4	4	4
Stari Gradac	1	0.38	3	.	3	3	3
Sisak	3	1.15	3.67	1.15	3	3	5
Sveti Križ Začretje	1	0.38	4	.	4	4	4
Slatina	2	0.76	4	1.41	3	4	5
Sveta Nedelja	1	0.38	3	.	3	3	3
Split	3	1.15	3	0	3	3	3
Sesvete	1	0.38	4	.	4	4	4
Sinj	1	0.38	3	.	3	3	3
Slunj	1	0.38	4	.	4	4	4
Sovići	1	0.38	3	.	3	3	3
Sračinec	2	0.76	4.5	2.12	3	4.5	6
Tmovec	2	0.76	5	0	5	5	5
Trogir	1	0.38	3	.	3	3	3
Velika Gorica	5	1.91	4.6	2.07	3	4	8
Vinkovci	1	0.38	4	.	4	4	4
Vela Luka	1	0.38	3	.	3	3	3

Virovitica	1	0.38	4	.	4	4	4
Veliko Trgovišće	1	0.38	6	.	6	6	6
Vodice	1	0.38	3	.	3	3	3
Vrbovec	1	0.38	4	.	4	4	4
Varaždin	7	2.67	3.29	0.49	3	3	4
Zlatar Bistrica	1	0.38	5	.	5	5	5
Zadar	4	1.53	3.5	1	3	3	5
Zagreb	103	39.31	3.83	1.05	3	4	8
Zabok	2	0.76	3.5	0.71	3	3.5	4
Zaprešić	1	0.38	3	.	3	3	3
Široki Brijeg	1	0.38	4	.	4	4	4
Šibenik	5	1.91	4.2	0.84	3	4	5
Štrigova	1	0.38	3	.	3	3	3
Žarovnica	1	0.38	3	.	3	3	3
Žepče	1	0.38	3	.	3	3	3
Čakovec	6	2.29	3.67	0.82	3	3.5	5
Čazma	2	0.76	6	1.41	5	6	7
Σ	262	100					

Tablica 4.7 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po mjestu

Za testiranje razlika u očekivanim vrijednostima trajanja po mjestima potrebno je koristiti neki test za usporedbu očekivanja 3 ili više populacija. ANOVA test nije validan test u ovom slučaju jer znamo da varijabla *trajanje* nema normalnu distribuciju. Nezavisnost je očito zadovoljena, stoga dalje možemo testirati neparametrijskim Kruskal-Wallis testom.

```
proc npar1way data =baza wilcoxon;
class mjesto;
var trajanje;
run;
```

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	81.2105
DF	97
p vrijednost	0.8756

Tablica 4.8 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po mjestu prebivališta

Obzirom da je p-vrijednost 0.8756, zaključujemo da ne postoji statistički značajna razlika u duljini trajanja preddiplomskog studija po mjestima stanovanja.

Županija

Od anketiranih studenata 39.69% ih je iz Grada Zagreba, 7.25% iz Varaždinske i Zagrebačke županije, 5.34% iz Međimurske, 4.58% iz Krapinsko-zagorske te 4.2% iz Splitsko-dalmatinske županije. Najmanje studenata dolaze iz Koprivničko-križevačke, Ličko-senjske i Vukovarsko-srijemske županije (svega 0.38% po županiji). Navedeni rezultati dobiveni su ponovo koristeći proceduru *FREQ*.

Županija	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	<i>Std</i>	x_{min}	<i>Me</i>	x_{max}
Bjelovarsko-bilogorska	3	1	3	0	1	0	8	3.05	4.38	1.41	3	4.5	7
Brodsko-posavska	4	2	1	1	0	0	8	3.05	3.88	1.13	3	3.5	6
BiH	4	3	0	0	0	0	7	2.67	3.43	0.53	3	3	4
Dubrovačko-neretvanska	5	5	5	0	0	0	7	2.67	3.43	0.79	3	3	5

Istarska	2	2	1	0	1	0	6	2.29	4.33	1.51	3	4	7
Karlovačka	5	3	0	1	0	0	9	3.44	3.67	1	3	3	6
Koprivničko-križevačka	1	0	0	0	0	0	1	0.38	3	.	3	3	3
Krapinsko-zagorska	4	5	2	1	0	0	12	4.58	4	0.95	3	4	6
Ličko-senjska	1	0	0	0	0	0	1	0.38	3	.	3	3	3
Međimurska	9	4	1	0	0	0	14	5.34	3.43	0.65	3	3	5
Osječko-baranjska	2	0	0	0	0	0	2	0.76	3	0	3	3	3
Požeško-slavonska	3	1	2	0	0	0	6	2.29	3.83	0.98	3	3.5	5
Primorsko-goranska	2	0	1	0	0	0	3	1.15	3.67	1.15	3	3	5
Sisačko-moslavačka	5	0	2	1	0	0	8	3.05	3.88	1.25	3	3	6
Splitsko-dalmatinska	10	1	0	0	0	0	11	4.2	3.09	0.30	3	3	4
Virovitičko-podravska	1	2	1	0	0	0	4	1.53	4	0.82	3	4	5
Vukovarsko-srijemska	0	1	0	0	0	0	1	0.38	4	.	4	4	4
Varaždinska	9	7	2	1	0	0	19	7.25	3.74	0.88	3	4	6
Zadarska	3	0	1	0	0	0	4	1.53	3.5	1	3	3	5
Grad Zagreb	50	32	15	4	2	1	104	39.69	3.84	1.04	3	4	8
Zagrebačka	9	5	3	1	0	1	19	7.25	4	1.33	3	4	8
Šibensko-kninska	3	3	2	0	0	0	8	3.05	3.88	0.83	3	4	5
Σ	135	73	38	10	4	2	262						

Tablica 4.9 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po županijama prebivališta

Prema tablici 4.9 moglo bi se primijetiti da ne postoji statistički značajna razlika u duljini trajanja po županijama prebivališta. Provjerimo to još i Kruskal-Wallisovim testom.

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	19.9118
DF	21
p vrijednost	0.5269

Tablica 4.10 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po županijama prebivališta

Rezultati testa upućuju na to da županija prebivališta ne utječe statistički značajno na duljinu trajanja preddiplomskog studija.

Godina rođenja

Za očekivati je da će godina rođenja linearno utjecati na duljinu trajanja preddiplomskog studija. No, ima i studenata koji ne upišu fakultet odmah poslije srednje škole te završe preddiplomski studij u 3 godine. Provjerimo hoće li to utjecati na značajnu razliku u trajanju unutar različitih dobnih skupina.

Nemojmo zaboraviti, anketirani su studenti diplomskih studija sa završenim preddiplomskim studijem. Dakle, ukoliko je student 1994. godište i već ima završen preddiplomski studij, tada je tom studentu sigurno preddiplomski studij trajao točno 3 godine. O bilo kojem starijem studentu ne možemo zaključiti analogno. Pogledajmo što nam govore rezultati testiranja.

Godina rođenja	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	<i>Std</i>	x_{min}	<i>Me</i>	x_{max}
1987	0	0	1	0	1	1	3	1.14	6.67	1.53	5	7	8
1988	0	0	2	3	1	1	7	2.66	6.14	1.07	5	6	8
1989	0	0	4	2	1	0	7	2.66	5.57	0.79	5	5	7
1990	0	4	10	2	1	0	17	6.47	5	0.80	4	5	7
1991	4	31	15	1	0	0	51	19.39	4.25	0.63	3	4	6
1992	55	30	7	2	0	0	94	35.74	3.53	0.73	3	3	6
1993	64	8	0	0	0	0	72	27.38	3.11	0.32	3	3	4
1994	12	0	0	0	0	0	12	4.56	3	.	3	3	3
Σ	135	73	39	10	4	2	263	100					

Tablica 4.11 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po godištu

Obzirom da su uzorci nezavisni, a normalnost varijable *trajanje* nije zadovoljena, potrebno je testirati razliku očekivanih vrijednosti neparametrijskim Kruskal-Wallis testom.

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	152.7114
DF	7
p vrijednost	<.0001

Tablica 4.12 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po godinama rođenja

Postoji statistički značajna razlika u trajanju s obzirom na dob, na razini značajnosti od 5%. Bilo bi zanimljivo vidjeti koja godišta čine tu razliku. To ćemo provjeriti Hochbergovim algoritmom:

data pom; /* uvodim pomoćnu varijablu s kombiniranim godinama i
 p- vrijednostima dobivenim DSCF opcijom */

```

input Godine$ p;
cards;
1987_1988    0.999
1987_1989    0.925
1987_1990    0.4951
...          ...
1992_1993    0.0003
1992_1994    0.1105
1993_1994    0.9303
;
proc sort data=pom;          /* sortiram p vrijednosti od najveće do najmanje */
by DESCENDING p;
run;

data pom1;                  /* uvozim u bazu zaključak za svaki par
                             godina temeljen na Hochbergovom algoritmu */

set pom;
keep Godine p Zakljucak;
attrib Zakljucak length=$2;
retain Zakljucak a;
Zakljucak="H0";
a=0;
if a=0 then do;
    cplr=_n_*p;
    if cplr>0.05 then Zakljucak="H0";
    else do;
        Zakljucak="H1";
        a=1;
    end;
end;
else Zakljucak="H1";
proc print;
run;

```

Pritom sam p-vrijednosti potrebne za algoritam dobila koristeći *DSCF* opciju unutar procedure *NPAR1WAY* koja radi Dwass-Steel-Critchlow-Fligner višestruku komparativnu analizu baziranu na Wilcoxonovoj statistici.

```
proc npar1way data =baza DSCF;
  class godina_rod;
  var trajanje;
run;
```

Rezultat DSCF metode je sljedeća tablica:

Dwass, Steel, Critchlow-Fligner Metoda			
Varijabla: trajanje			
Godina rođenja	Wilcoxon Z	DSCF vrijednost	p-vrijednost
1987 vs. 1988	0.5879	0.8314	0.9990
1987 vs. 1989	1.2241	1.7312	0.9250
1987 vs. 1990	1.9805	2.8008	0.4951
1987 vs. 1991	2.8989	4.0997	0.0728
1987 vs. 1992	3.1815	4.4993	0.0317
1987 vs. 1993	4.7527	6.7213	<.0001
1987 vs. 1994	3.7142	5.2527	0.0050
1988 vs. 1989	1.0916	1.5437	0.9588
1988 vs. 1990	2.5308	3.5790	0.1824
1988 vs. 1991	4.2130	5.9581	0.0007
1988 vs. 1992	4.6755	6.6121	<.0001
1988 vs. 1993	6.3598	8.9942	<.0001
1988 vs. 1994	4.1132	5.8170	0.0010
1989 vs. 1990	1.6403	2.3198	0.7257
1989 vs. 1991	3.8012	5.3757	0.0036
1989 vs. 1992	4.5285	6.4043	0.0002
1989 vs. 1993	6.3603	8.9949	<.0001
1989 vs. 1994	4.1279	5.8377	0.0010
1990 vs. 1991	3.4775	4.9179	0.0119
1990 vs. 1992	5.7508	8.1329	<.0001
1990 vs. 1993	7.8725	11.1334	<.0001
1990 vs. 1994	4.7979	6.7852	<.0001
1991 vs. 1992	5.8380	8.2562	<.0001
1991 vs. 1993	8.9225	12.6183	<.0001
1991 vs. 1994	5.3501	7.5662	<.0001
1992 vs. 1993	4.4046	6.2290	0.0003
1992 vs. 1994	2.7411	3.8764	0.1105
1993 vs. 1994	1.2067	1.7065	0.9303

Tablica 4.13 DSCF metoda za *trajanje* po godinama rođenja

Zadnji stupac tablice 4.13 su upravo p-vrijednosti koje nadalje koristimo u Hochbergovoj proceduri. Rezultat Hochbergove procedure je tablica s pripadnim zaključcima H_0 ili H_1 , pri čemu je H_0 ... *Par se ne razlikuje statistički značajno*.

Opservacija	Godine	p	Zaključak
1	1987_1988	0.9990	H0
2	1988_1989	0.9588	H0
3	1993_1994	0.9303	H0
4	1987_1989	0.9250	H0
5	1989_1990	0.7257	H0
6	1987_1990	0.4951	H0
7	1988_1990	0.1824	H0
8	1992_1994	0.1105	H0
9	1987_1991	0.0728	H0
10	1987_1992	0.0317	H0
11	1990_1991	0.0119	H0
12	1987_1994	0.0050	H0
13	1989_1991	0.0036	H1
14	1988_1994	0.0010	H1
15	1989_1994	0.0010	H1
16	1988_1991	0.0007	H1
17	1992_1993	0.0003	H1
18	1989_1992	0.0002	H1
19	1987_1993	0.0001	H1
20	1988_1992	0.0001	H1
21	1988_1993	0.0001	H1
22	1989_1993	0.0001	H1
23	1990_1992	0.0001	H1
24	1990_1993	0.0001	H1
25	1990_1994	0.0001	H1
26	1991_1992	0.0001	H1
27	1991_1993	0.0001	H1
28	1991_1994	0.0001	H1

Tablica 4.14 Rezultati Hochbergovog algoritma za godine rođenja

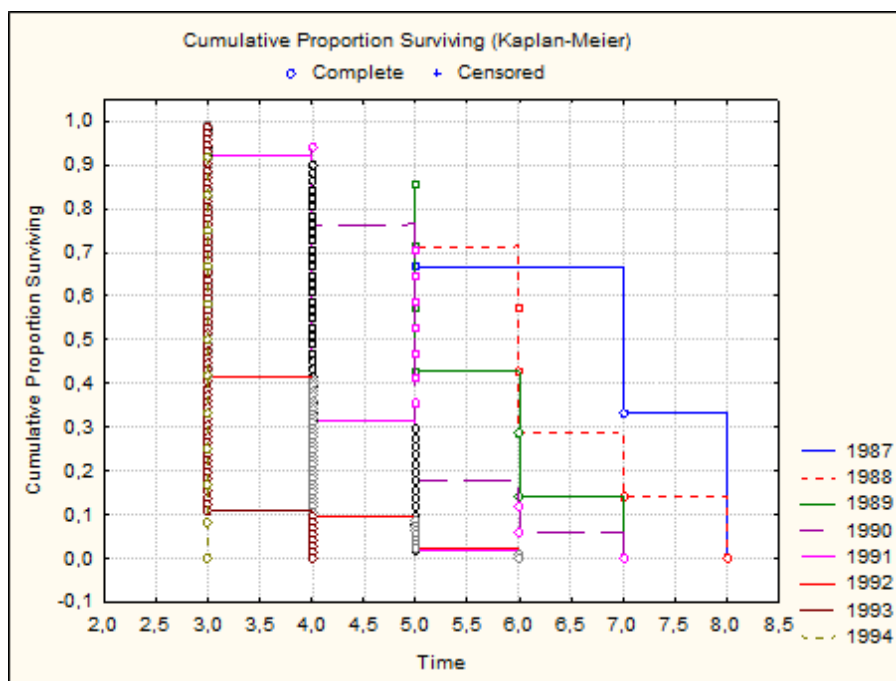
Godišta koje čine razliku u duljini trajanja su 1989. i 1991., 1988. i 1994., 1989. i 1994., 1988. i 1991., 1992. i 1993., 1989. i 1992., 1987. i 1993., 1988. i 1992., 1988. i 1993., 1989. i 1993., 1990. i 1992., 1990. i 1993., 1990. i 1994., 1991. i 1992., 1991. i 1993. te 1991. i 1994. godište.

Pogledajmo tu razliku, koristeći analizu doživljenja. Odgovarajući kôd za poziv analize doživljenja je sljedeći:

```
proc sort data=baza;  
by godina_rod;  
run;  
  
proc lifetest data=baza method=km plots=(s) outsurv=pom graphics;  
time trajanje*d(0);          /* s nulom označimo cenzurirane podatke */  
strata godina_rod;            /* pratimo funkciju doživljenja po godinama  
rođenja */  
run;
```

Kao rezultat Kaplan-Meierove procjene unutar procedure *LIFETEST* dobivamo tablice za svako godište koje sadrže: procijenjenu vjerojatnost doživljenja, procijenjenu vjerojatnost završetka (za svaku godinu trajanja), standardnu grešku procijenjene funkcije za svaku vremensku točku trajanja, broj završenih, broj preostalih te rezultate Log-Rank testa. Uz njih budu također i tablice procijenjenih parametara za varijablu *trajanje* po godinama rođenja. U ovom će radu biti strukturirane tablice s najbitnijim od dobivenih rezultata.

Na slici 4.15 razlike u trajanju po godinama rođenja su očite. Svaki kružić na toj slici predstavlja studenta koji je završio preddiplomski studij u odgovarajućem vremenu.



Slika 4.15 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po godinama rođenja

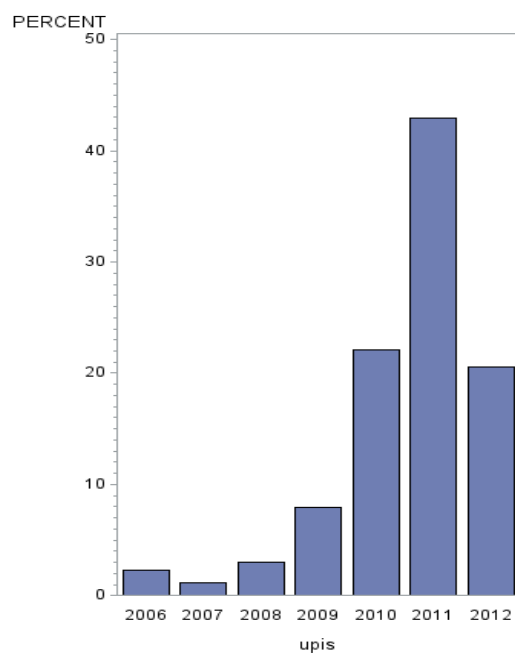
Log-Rank test potvrdio je ono što smo već pokazali i Kruskal-Wallisovim testom- postoji statistički značajna razlika u trajanju studija obzirom na godište studenta.

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	166.9261	7	<.0001

Tablica 4.16 Rezultati Log-rank testa za *trajanje* po godinama rođenja

Godina upisa na preddiplomski studij

Godina upisa puno više govori o trajanju, nego godina rođenja. Obzirom da je potpuno jasno da što je ranije upisan fakultet, to je dulje trajao, nema potrebe to dodatno i testirati.



Slika 4.17 Stupičasti dijagram varijable *godina upisa*

	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
Godina upisa	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	<i>Std</i>	x_{min}	<i>Me</i>	x_{max}
2006	0	0	1	2	2	1	6	2.28	6.5	1.29	5	6.5	8
2007	0	0	1	1	0	1	3	1.14	6.33	1.53	5	6	8
2008	0	1	5	1	1	0	8	3.04	5.25	0.89	4	5	7
2009	0	6	9	5	1	0	21	7.99	5.05	0.86	4	5	7
2010	1	33	23	1	0	0	58	22.05	4.41	0.56	3	4	6
2011	80	33	0	0	0	0	113	42.97	3.29	0.46	3	3	4
2012	54	0	0	0	0	0	54	20.53	3	3	3	3	3
Σ	135	73	39	10	4	2	263	100					

Tablica 4.18 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po godinama upisa na preddiplomski studij

Smjer preddiplomskog studija

Od anketiranih studenata, njih je čak 65% završilo inženjerski, a tek 35% nastavnički smjer. Ta činjenica je zapravo očekivana, obzirom da je kvota studenata za upis u prvu godinu preddiplomskog nastavničkog smjera 100, a preddiplomskog inženjerskog smjera 200 studenata.

	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
Smjer preddiplomskog studija	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
inženjerski	87	41	29	6	4	2	169	65	3.85	1.10	3	3	8
nastavnički	47	32	10	2	0	0	91	35	3.64	0.77	3	3	6
Σ	134	73	39	8	4	2	260	100					

Tablica 4.19 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po smjerovima preddiplomskog studija

Razlika u aritmetičkim sredinama trajanja po smjerovima nije velika (0.45 godine), no provjerimo je li statistički značajna. Obzirom da normalnost *trajanja* nije zadovoljena, testiramo Mann-Whitney-Wilcoxon testom.

Wilcoxon Test	
Z	-0.8681
Jednosmjerni Pr < Z	0.1927
Dvosmjerni Pr > Z	0.3853

Tablica 4.20 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje* po smjerovima preddiplomskog studija

Test pokazuje da ne postoji statistički značajna razlika u trajanju između studenata s nastavničkog i inženjerskog preddiplomskog smjera.

Smjer diplomskog studija

Neki studenti upisuju određeni smjer diplomskog studija radi jednostavnosti, neki iz čiste ljubavi prema toj grani, a neki jer svojim prosjekom ocjena nisu u mogućnosti upisati popularne smjerove. Najnepopularniji smjer, prema anketama, jest Teorijska matematika s udjelom 3.04% od ukupno ispitanih. No, postoji li značajna razlika u trajanju između odabranih diplomskih studija nije intuitivno jasno.

	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
Smjer diplomskog studija	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Matematika; smjer: nastavnički	34	29	16	5	3	0	87	33.08	4.01	1.03	3	4	7
Matematika i informatika; smjer: nastavnički	2	7	5	2	1	1	18	6.84	4.78	1.31	3	4.5	8
Financijska i poslovna matematika	27	7	0	0	0	0	34	12.93	3.21	0.41	3	3	4
Matematička statistika	33	15	3	0	0	0	51	19.39	3.41	0.61	3	3	5
Primijenjena matematika	9	4	7	2	0	0	22	8.37	4.09	1.06	3	4	6
Računarstvo i matematika	22	11	8	1	0	1	43	16.35	3.81	1.07	3	3	8
Teorijska matematika	8	0	0	0	0	0	8	3.04	3	.	3	3	3
Σ	135	73	39	10	4	2	263	100					

Tablica 4.21 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po smjerovima diplomskog studija

Pogledamo li aritmetičke sredine uzoraka, primijetiti ćemo da je velika razlika u trajanju između pojedinih smjerova (primjerice, između smjerova: Teorijska matematika i Matematika i informatika; smjer: nastavnički). Testirat ćemo dalje da vidimo razlikuju li se trajanja po smjerovima statistički značajno te koji smjerovi čine tu razliku.

Nezavisnost uzoraka je očigledna pa prelazimo na Kruskal-Wallisov test koji potvrđuje statistički značajnu razliku u trajanju preddiplomskog studija za različite smjerove diplomskog studija. Rezultati su vidljivi u tablici 4.22.

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	47.7719
DF	6
p vrijednost	<.0001

Tablica 4.22 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po smjerovima diplomskog studija

Hochbergovim algoritmom dobili smo uvid u smjerove koji čine tu razliku.

Opservacija	Smjerovi	p	Zaključak
1	EDU_PM	0.9997	H0
2	PM_RM	0.9085	H0
3	EDU_RM	0.8976	H0
4	FIPM_TM	0.8080	H0
5	MS_FIPM	0.7090	H0
6	PM_EDUINF	0.6876	H0
7	RM_MS	0.5425	H0
8	MS_TM	0.4273	H0
9	RM_TM	0.1745	H0
10	EDU_EDUIN	0.1580	H0
11	PM_MS	0.1035	H0
12	PM_TM	0.0931	H0
13	RM_FIPM	0.0570	H0
14	RM_EDUINF	0.0438	H0
15	EDU_TM	0.0396	H0
16	EDU_MS	0.0108	H0
17	PM_FIPM	0.0098	H0

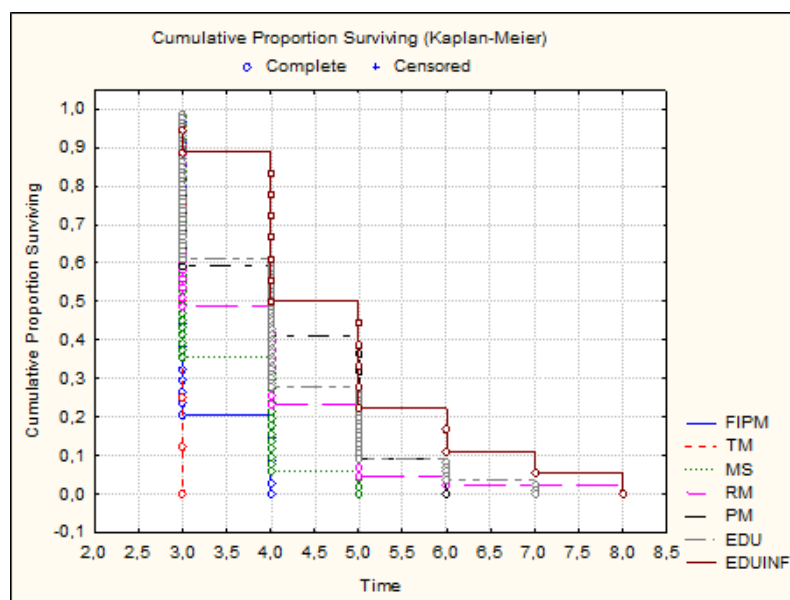
18	EDUINF_TM	0.0039	H0
19	EDU_FIPM	0.0004	H1
20	EDUINF_MS	0.0001	H1
21	EDUINF_FIPM	0.0001	H1

Tablica 4.23 Rezultati Hochbergovog algoritma za smjerove diplomskog studija

Razliku u duljini trajanja čine smjerovi:

1. Matematika; smjer: nastavnički vs. Financijska i poslovna matematika,
2. Matematika i informatika; smjer: nastavnički vs. Matematička statistika i
3. Matematika i informatika; smjer: nastavnički vs. Financijska i poslovna matematika.

Jasno je iz tablice 4.21 zašto navedeni smjerovi čine razliku, no Teorijska matematika s prosječnim trajanjem od 3.00 godine se prema Hochbergu ne razlikuje značajno ni u kojem paru. Pogledajmo što procedura *LIFETEST* govori o istome.



Slika 4.24 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po smjerovima diplomskog studija

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	52.6055	6	<.0001

Tablica 4.25 Rezultati Log-rank testa za *trajanje* po smjerovima diplomskog studija

Log-Rank test unutar procedure je s p-vrijednošću < 0.0001 potvrdio da postoji statistički značajna razlika. Isto je pokazao grafički prikaz kumulativnih proporcija studenata koji su završili preddiplomski studij po godinama, za svaki od smjerova (slika 4.24). Grafički je također očito da je Teorijska matematika jedna od onih koji čine razliku.

Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija							
Trajanje	EDU	EDUINF	MS	PM	TM	FIPM	RM
3	0.3908	0.1111	0.6471	0.4091	1	0.7941	0.5116
4	0.7241	0.5000	0.9412	0.5909	1	1	0.7674
5	0.9080	0.7778	1	0.9091	1	1	0.9535
6	0.9655	0.8889	1	1	1	1	0.9767
7	1	0.9444	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1

Tablica 4.26 Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija u određenoj godini po smjerovima diplomskog studija

Primijetimo, ispitanih studenata s smjera Matematika i informatika; smjer nastavnički je svega 18 te je od njih samo jedan student studirao 8 godina, jedan 7 godina i dvoje 6 godina, ali dovoljno da cijelom uzorku sredina bude “pomaknuta u desno”.

Smještaj

Čak 23.57% ispitanih studenata je tokom preddiplomskog studija boravilo većinom u studentskom domu. Radi bolje konkurentnosti, potrebno je potruditi se položiti sve ispite u roku. Izgleda kao da bi zbog te činjenice mogla postojati statistički značajna razlika u trajanju studija po vrsti smještaja.

Vrsta smještaja	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
dom	40	15	6	1	0	0	62	23.57	3.48	0.74	3	3	6
najam	28	23	13	1	2	0	67	25.48	3.90	0.97	3	4	7
privatni	67	35	20	8	2	2	134	50.95	3.87	1.12	3	3.5	8
Σ	135	73	39	10	4	2	263	100					

Tablica 4.27 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po vrsti smještaja

Prilikom odgovaranja na pitanje o smještaju, ispitanicima je bilo napomenuto u anketi: „Jedan odgovor; u slučaju da je više točnih, odaberite mjesto na kojem je proveden veći dio vremena“. Iz tog razloga, budući da imamo nezavisne uzorke, dalje nastavljamo testirati Kruskal-Wallisovim testom. Rezultat testa je sljedeći:

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	7.4342
DF	2
p vrijednost	0.0243

Tablica 4.28 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po vrsti smještaja

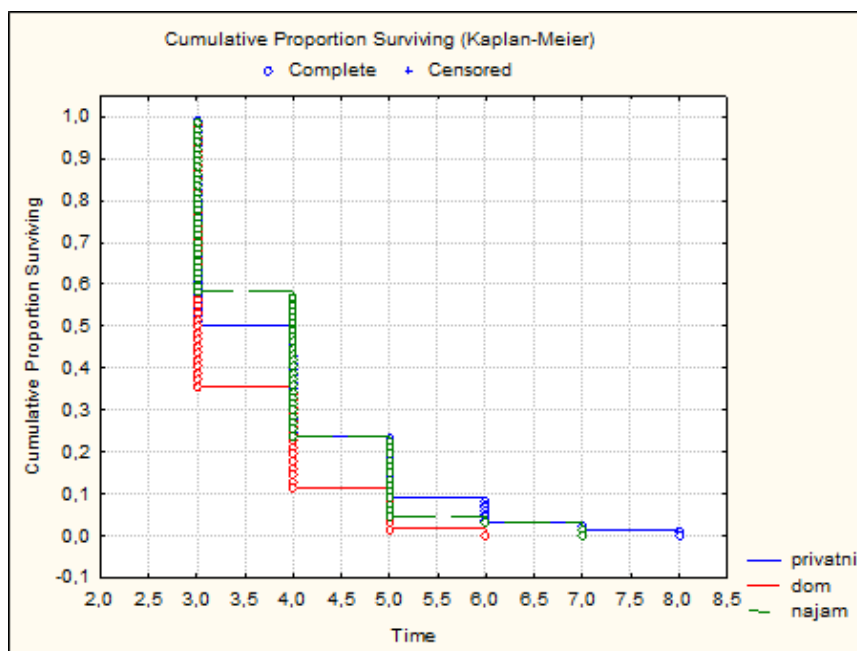
Razlika u trajanju između studenata koji su živjeli u različitim smještajima pokazala se statistički značajnom. Provjerila sam Hochbergovim algoritmom tko čini tu razliku.

Opservacija	Smještaj	p-vrijednost	Zaključak
1	Privatni vs. najam	0.7902	H0
2	Privatni vs. dom	0.0646	H0
3	Dom vs. najam	0.0205	H0

Tablica 4.29 Rezultati Hochbergovog algoritma za vrste smještaja

Hochbergov algoritam ne uzima nijedan par kao statistički značajan. Ako se baziramo na pojedinačnom (a priori) testiranju hipoteza $H_0: \mu_{dom} = \mu_{najam}$, $H_1: \mu_{dom} \neq \mu_{najam}$, moglo bi se zaključiti da postoji statistički značajna razlika u duljini trajanja preddiplomskog studija između studenata koji su boravili u domu i koji su živjeli u iznajmljenom stanu. Pogledajmo rezultate analize doživljenja.

Značajnost je primjetna i grafički (slika 4.30). Približno jednaka razlika postoji između studenata koji su boravili u domu i unajmljenom stanu te između onih koji su boravili u domu i u privatnom smještaju.



Slika 4.30 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po vrsti smještaja

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	8.0978	2	0.0174

Tablica 4.31 Rezultati Log-rank testa za *trajanje* po vrsti smještaja

Log-Rank test je rezultirao s p-vrijednošću 0.0174, što potvrđuje sumnju da je razlika u trajanju preddiplomskog studija između studenata koji su boravili u različitim vrstama smještaja statistički značajna.

Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija			
Trajanje	Privatni	Najam	Dom
3	0.5	0.4179	0.6452
4	0.7612	0.7612	0.8871
5	0.9104	0.9552	0.9839
6	0.9701	0.9701	1
7	0.9851	1	1
8	1	1	1

Tablica 4.32 Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija u određenoj godini po vrsti smještaja

Džeparac

Novac je vrlo popularna tema današnjice. Tko ga ima, nezadovoljan je jer nema više, a tko ga nema nezadovoljan je iz istog razloga. Je li manjak novaca studentima poticaj da što prije završe fakultet kako bi počeli zarađivati ili je višak novaca poticaj na trošenje i izaske? Provjerit ćemo u ovom potpoglavlju.

Svega 29.28% ispitanih studenata na raspolaganju za trošenje mjesečno je imalo preko 1000 kn. S druge strane, postotak studenata s džeparcem ispod 500 kn je samo 19.39%. Mogli bismo reći da većina studenata ima mjesečno između 500 i 1000 kn džeparca.

Džeparac (kn)	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
< 500	19	17	11	3	1	0	51	19.39	4.02	1.01	3	4	7
500-1000	73	38	17	5	1	1	135	51.33	3.71	0.96	3	3	8
>1000	43	18	11	2	2	1	77	29.28	3.77	1.10	3	3	8
Σ	135	73	39	10	4	2	263	100					

Tablica 4.33 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po džeparcu

Obzirom da su uzorci nezavisni, dalje provodimo neparametrijski Kruskal-Wallisov test.

Kruskal-Wallis Test	
Hi-kvadrat	5.0962
DF	2
p-vrijednost	0.0782

Tablica 4.34 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po džeparcu

S p-vrijednošću 0.0782 prihvaćamo nultu hipotezu da nema statistički značajne razlike u duljini trajanja preddiplomskog studija između studenata različitog potrošačkog stanja. Razlika bi bila statistički značajna na razini značajnosti od 8%.

Stipendija

Jedan od glavnih uvjeta primanja bilo koje stipendije jest redovito polaganje ispita. Padom kolegija, studentu se vrlo vjerojatno produljuje studij te gubi pravo na stipendiju. Iz tog razloga vjerujem da je primanje stipendije dobra motivacija za redovitim polaganjem ispita pa tako pretpostavljamo da se duljina trajanja preddiplomskog studija razlikuje između onih koji su primali i koji nisu primali stipendiju tokom studija.

Primanje stipendije	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Da	74	17	6	0	1	0	98	37.26	3.34	0.69	3	3	7
Ne	61	56	33	10	3	2	165	62.74	4.05	1.08	3	4	8
Σ	135	73	39	10	4	2	263	100					

Tablica 4.35 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po stipendiji

Iz tablice 4.35 je vidljivo kako je čak 37.26% ispitanih studenata primalo stipendiju tokom preddiplomskog studija.

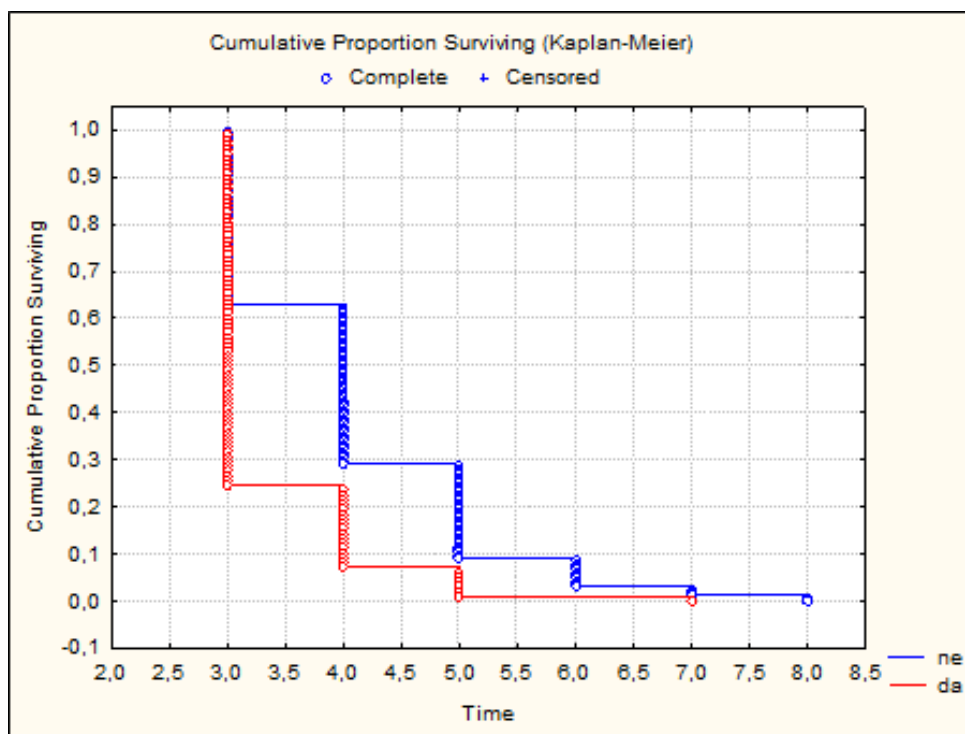
Uzorci su nezavisni pa testiramo razliku Mann-Whitney-Wilcoxonovim testom.

Wilcoxon Test	
Z	-6.1317
Jednosmjerni Pr < Z	<.0001
Dvosmjerni Pr > Z	<.0001

Tablica 4.36 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje* po stipendiji

Obzirom da je p-vrijednost < 0.0001 , zaključujemo da postoji statistički značajna razlika u trajanju preddiplomskog studija između studenata koji primaju i ne primaju stipendiju, tj. da studenti koji ne primaju stipendiju značajno dulje studiraju.

Lifetest procedurom dobili smo isti zaključak.



Slika 4.37 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po stipendiji

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	35.0506	1	<.0001

Tablica 4.38 Rezultati Log-Rank testa za *trajanje* po stipendiji

Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija		
Trajanje	Stipendija- DA	Stipendija- NE
3	0.7551	0.3697
4	0.9286	0.7091
5	0.9898	0.9091
6	1	0.9697
7	1	0.9879
8	1	1

Tablica 4.39 Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija u određenoj godini po stipendiji

Iz tablice 4.39 je očita razlika već u trajanju od 3 godine. Naime, procijenjena vjerojatnost da student koji prima stipendiju završi preddiplomski studij u 3 godine jest 0.7551, a onog koji ju ne prima 0.3697. Na slici 4.37 je ta razlika jako vidljiva.

Iznos stipendije

Vidjeli smo da primanje stipendije statistički značajno utječe na duljinu trajanja studija. Zanima nas još i utječe li jače ukoliko je iznos stipendije veći ili ipak nema značajne razlike u trajanju studija između studenata koji su primali stipendije različitih visina.

	$\bar{X}$	Std	X_{min}	Q_1	Me	Q_3	X_{max}
Iznos stipendije (kn)	1165.104	797.26902	450	700	1000	1200	3400

Tablica 4.40 Deskriptivna statistika varijable *iznos stipendije*

Iznos stipendije (kn)	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
450	0	0	0	0	1	0	1	1.03	7	.	7	7	7
500	6	4	1	0	0	0	11	11.34	3.55	0.69	3	3	5
600	5	1	1	0	0	0	7	7.22	3.43	0.79	3	3	5
700	11	4	1	0	0	0	16	16.49	3.38	0.62	3	3	5
800	5	3	1	0	0	0	9	9.28	3.56	0.73	3	3	5
900	1	0	0	0	0	0	1	1.03	3	.	3	3	3
1000	23	3	1	0	0	0	27	27.85	3.19	0.48	3	3	5
1200	5	1	1	0	0	0	7	7.22	3.43	0.79	3	3	5
1400	1	0	0	0	0	0	1	1.03	3	.	3	3	3
1600	1	1	0	0	0	0	2	2.06	3.5	0.71	3	3.5	4
2000	2	0	0	0	0	0	2	2.06	3	0	3	3	3
2200	1	0	0	0	0	0	1	1.03	3	.	3	3	3
2300	1	0	0	0	0	0	1	1.03	3	.	3	3	3
3000	4	0	0	0	0	0	4	4.12	3	0	3	3	3
3100	1	0	0	0	0	0	1	1.03	3	.	3	3	3
3200	4	0	0	0	0	0	4	4.12	3	0	3	3	3
3300	1	0	0	0	0	0	1	1.03	3	.	3	3	3
3400	1	0	0	0	0	0	1	1.03	3	.	3	3	3
Σ	73	17	6	0	1	0	97	100					

Tablica 4.41 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po iznosu stipendije

Značajnost razlike u trajanju studija testiramo Kruskal-Wallis testom koji je dao negativan odgovor- razlika u duljini trajanja preddiplomskog studija između studenata koji su primali različite iznose stipendija nije statistički značajna.

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	16.8880
DF	17
p vrijednost	0.4620

Tablica 4.42 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po iznosu stipendije

Unatoč rezultatima, u tablici 4.41 je vidljivo veliko odstupanje u duljini trajanja preddiplomskog studija između ispitanih koji su primali stipendiju u iznosu od 450kn i ostalih. No, kako koristimo neparametrijski test koji se bazira na rangovima, ta razlika se izgubi budući da je samo jedan ispitan student primao stipendiju u tom iznosu.

Prosjeck ocjena na preddiplomskom studiju

Za očekivati je da student koji ima lošiji prosjek ujedno i dulje studira. No, to ne mora nužno biti tako.

	$\bar{X}$	Std	X_{min}	Q_1	Me	Q_3	X_{max}
Ocjena preddipl. studija	3.486947	0.64447	2.01	3.00	3.35	3.80	5.00

Tablica 4.43 Deskriptivna analiza varijable *prosjeck ocjena*

Obzirom da imamo slučaj s 126 uzoraka po samo 1-2 ispitanih, za relevantnost testiranja svakom prosjeku pridružen je jedan od intervala: [2.00,2.99), [3.00,3.99), [4.00,5.00]. Sada problem sveden na testiranje triju uzoraka.

Intervali ocjena	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
[2.00,2.99)	9	12	20	5	3	0	49	18.63	4.61	1.10	3	5	7
[3.00,3.99)	72	58	19	5	1	2	157	59.70	3.80	0.97	3	4	8
[4.00,5.00]	54	3	0	0	0	0	57	21.67	3.05	0.23	3	3	4
Σ	135	73	39	10	4	2	263	100					

Tablica 4.44 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po intervalima prosjeka

Budući da intervali isključuju jedni druge, uzorci su nezavisni. Iz tog razloga testirat ćemo razliku duljine trajanja Kruskal-Wallisovim testom.

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	73.6626
DF	2
p vrijednost	<.0001

Tablica 4.45 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po intervalima prosjeka

Kruskal-Wallisov test je pokazao da postoji statistički značajna razlika u duljini trajanja preddiplomskog studija obzirom na prosjek ocjena. Provjerit ćemo nadalje Hochbergovom procedurom koji prosjeci se statistički značajno razlikuju.

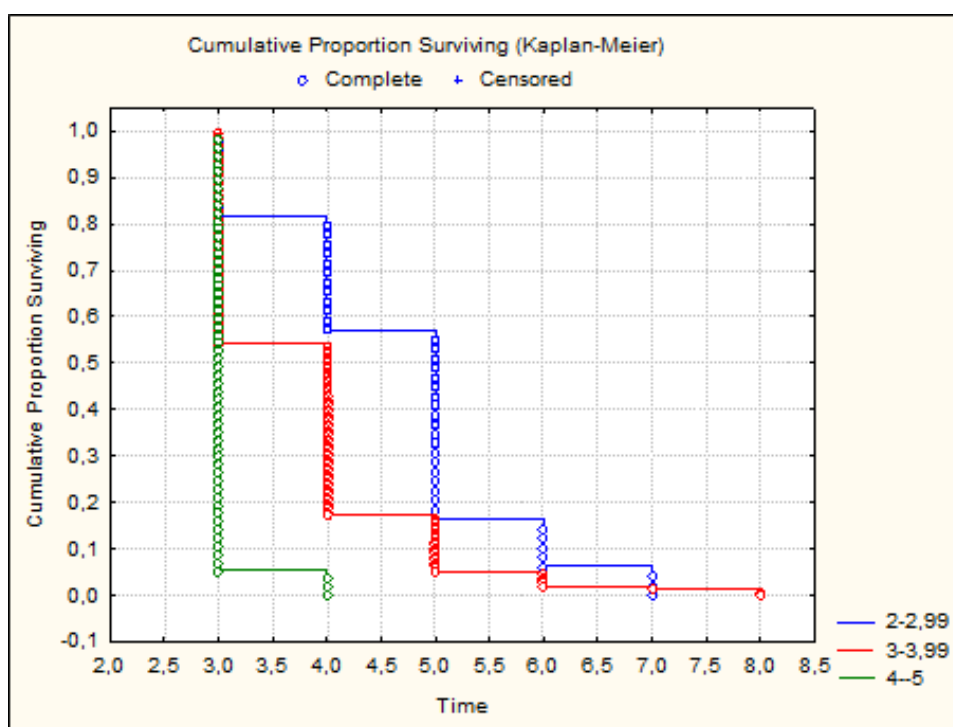
DSCF metoda je rezultirala iznimno malim p-vrijednostima:

Dwass, Steel, Critchlow-Fligner Metoda			
Varijabla: trajanje			
Intervali	Wilcoxon Z	DSCF vrijednost	p-vrijednost
1 vs. 2	4.9396	6.9856	<.0001
1 vs. 3	7.9511	11.2446	<.0001
2 vs. 3	6.3312	8.9536	<.0001

Tablica 4.46 DSCF metoda za *trajanje* po intervalima prosjeka

Nema potrebe testirati ove p-vrijednosti Hochbergovim algoritmom jer će one po vrijednosti ostati jednake i sve će biti statistički značajne. Dakle, statistički značajnu razliku u trajanju preddiplomskog studija čine svi intervali ocjena međusobno.

Koristeći analizu doživljenja, dobili smo sljedeće rezultate.



Slika 4.47 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po intervalima prosjeka

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	75.5027	2	<.0001

Tablica 4.48 Rezultati Log-rank testa za *trajanje* po intervalima prosjeka

Log-Rank test je, s p-vrijednošću < 0.0001 potvrdio da je prisutna statistička značajnost. Ona je i grafički vrlo jasna na slici 4.47 već u 3. godini trajanja preddiplomskog studija.

Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija			
Trajanje	[2. 00, 2. 99>	[3. 00, 3. 99>	[4. 00, 5. 00]
3	0.1837	0.4586	0.9474
4	0.4286	0.8280	1
5	0.8367	0.9490	1
6	0.9388	0.9809	1
7	1	0.9873	1
8	1	1	1

Tablica 4.49 Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija u određenoj godini po intervalima prosjeka ocjena

Vrsta završene srednje škole

Kvalitetno predznanje je vrlo korisno kod savladavanja gradiva na preddiplomskom studiju, no ne postoji kriterij o završenoj srednjoj školi prilikom upisa na fakultet. Hoće li trajanje preddiplomskog studija biti statistički značajno dulje kod studenata slabijeg predznanja ili škola koju je student završio ne utječe značajno na nj- testirat ćemo u ovom poglavlju.

Primijetimo, čak je 91.98% ispitanih studenata završilo gimnaziju, od čega ih je samo 43.51% završilo matematičku gimnaziju (tablica 4.50).

Vrsta srednje škole	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
matematička gimnazija	67	23	16	6	1	1	114	43.51	3.72	1.04	3	3	8
opća/ jezična gimnazija	61	43	15	4	3	1	127	48.47	3.80	1.02	3	4	8
strukovna škola	6	7	8	0	0	0	21	8.02	4.10	0.83	3	4	5
Σ	134	73	39	10	4	2	262	100					

Tablica 4.50 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po vrstama srednjih škola

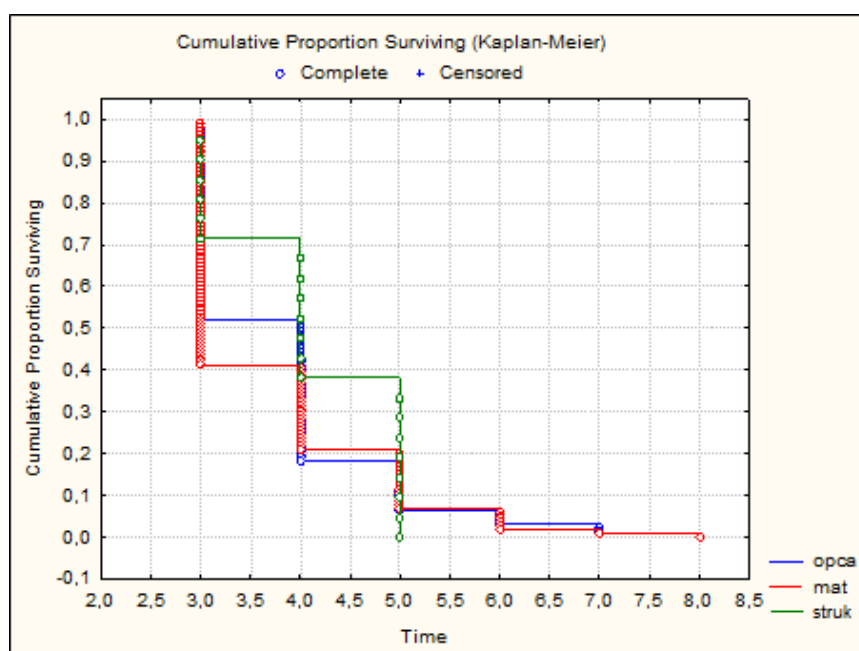
Budući da su uzorci nezavisni, testirat ćemo dalje Kruskal-Wallisovim testom.

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	5.7149
DF	2
p vrijednost	0.0574

Tablica 4.51 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po vrstama srednjih škola

Pokazalo se da je predznanje relevantno za uspješno studiranje, no na razini značajnosti od 5.8%. Provjerimo Kaplan-Meier procjenom rezultate.

Na slici 4.52 je vidljiva razlika u trajanju preddiplomskog studija između strukovne škole i gimnazija, posebno u prve tri godine trajanja studija. Unatoč tome, ona prema Log-Rank testu nije statistički značajna.



Slika 4.52 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po vrstama srednjih škola

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	1.9356	2	0.3799

Tablica 4.53 Rezultati Log-rank testa za *trajanje* po vrstama srednjih škola

Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija			
Trajanje	Opća	Matematička	Strukovna
3	0.4803	0.5877	0.2857
4	0.8189	0.7895	0.6190
5	0.9370	0.9298	1
6	0.9685	0.9825	1
7	0.9921	0.9912	1
8	1	1	1

Tablica 4.54 Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija u određenoj godini po vrstama srednjih škola

Prioritet kod upisa na fakultet

Iako je PMF jedan od rijetkih fakulteta koji ne traže dodatno ispitivanje prije upisa, vrlo malo studenata upisuje PMF – Matematički odsjek bez osobne preferencije. Čak 91.98% studenata se izjasnilo da im je ovaj fakultet bio prvi na listi prioriteta tokom upisa. No, hoće li oni koji nisu samovoljno izabrali fakultet jednako dugo studirati kao ostali studenti- nije sasvim jasno.

Prioritet	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
1	127	65	36	8	3	2	241	91.98	3.76	1.00	3	3	8
2	7	5	2	2	1	0	17	6.49	4.12	1.27	3	4	7
3	0	1	1	0	0	0	2	0.76	4.5	0.71	4	4.5	5
4	0	1	0	0	0	0	1	0.38	4	.	4	4	4
5	0	1	0	0	0	0	1	0.38	4	.	4	4	4
Σ	134	73	39	10	4	2	262	100					

Tablica 4.55 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po prioritetu upisa

Iz tablice 4.55 može se primijetiti da postoji razlika u trajanju preddiplomskog studija između studenata kojima je PMF, Matematički odsjek bio 1.,2. i 3. na listi prioriteta. Kruskal-Wallisovim testom dobili smo da ta razlika ipak nije statistički značajna.

Obzirom da imamo dva uzorka studenata s samo jednom opservacijom (trajanje 4 godine i trajanje 5 godina), isključit ću ih kod testiranja te provjeriti postoji li statistički značajna razlika između preostala 3 uzorka (prioritet 1, 2 i 3).

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	3.9175
DF	4
p vrijednost	0.4173

Tablica 4.56 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po prioritetu upisa

Rezultati Kruskal-Wallisovog testa za prva tri prioriteta dani su u tablici 4.57. Pokazalo se da ne postoji statistički značajna razlika u duljini trajanja preddiplomskog studija niti kada izuzmemo prioritete 4 i 5.

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	3.2507
DF	2
p vrijednost	0.1968

Tablica 4.57 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po prioritetu upisa – bez uzoraka *trajanje 4 godine* i *trajanje 5 godina*

Ocjena s državne mature

Bilo je riječi o predznanju prilikom upisa na fakultet. Ocjena s državne mature bi trebala biti također, uz vrstu škole, dobar pokazatelj predznanja. Samo 54.76% ispitanih studenata je ocijenjeno s odličnim na državnoj maturi iz matematike.

Ocjena	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
2	0	0	0	1	0	1	2	0.79	7	1.41	6	7	8
3	14	13	1	0	0	0	28	11.11	3.54	0.58	3	3.5	5
4	46	28	8	1	1	0	84	33.34	3.61	0.81	3	3	7
5	75	30	233	6	3	1	138	54.76	3.80	1.08	3	3	8
Σ	135	71	32	8	4	2	252	100					

Tablica 4.58 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po ocjenama s državne mature

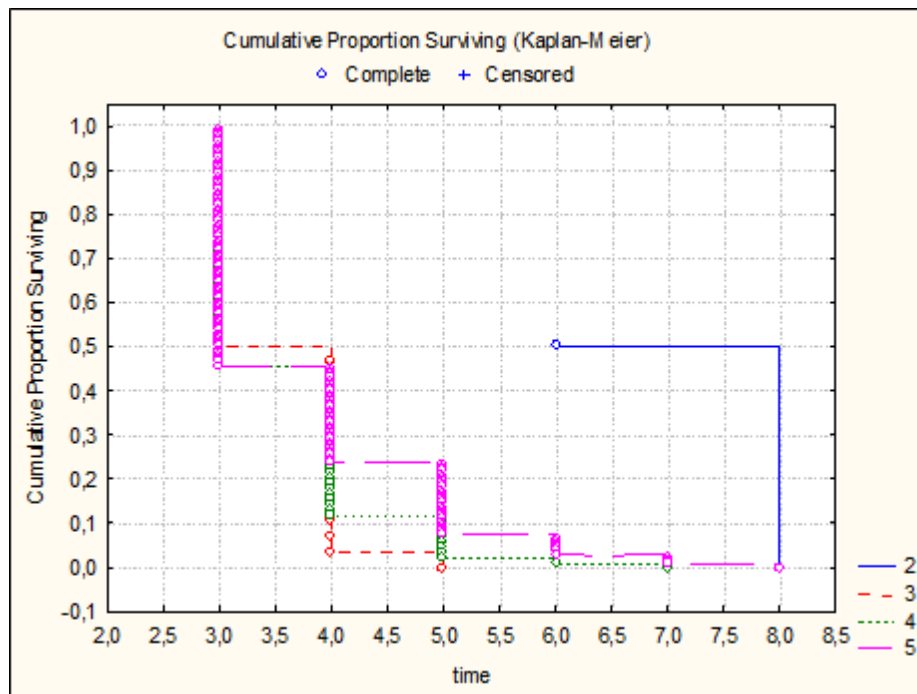
Ukupno 11 ispitanika nije odgovorilo na pitanje o ocjeni na državnoj maturi iz matematike. Provjerom anketa ustanovljeno je da su to studenti koji prema starom programu nisu pisali državnu maturu.

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	7.5419
DF	3
p vrijednost	0.0565

Tablica 4.59 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po ocjenama s državne mature

Kruskal-Wallisov test je pokazao da postoji statistički značajna razlika u trajanju preddiplomskog studija između studenata koji su postigli različite ocjene na državnoj maturi, no na razini značajnosti od 5.7%. U tablici 4.58 je vidljiva velika razlika u prosječnom trajanju studija između studenata koji su bili ocjenjeni s 2 na državnoj maturi i ostalih. No, kako koristimo neparametrijski test koji se bazira na rangovima, ta razlika se izgubi budući da su samo dva studenta ocjenjena s 2. Log-Rank test je potvrdio sumnju da

statistički značajna razlika u duljini trajanja preddiplomskog studija između studenata koji su postigli različite ocjene na državnoj maturi postoji i na razini značajnosti od 5%.



Slika 4.60 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po ocjenama iz matematike na državnoj maturi

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	13.6659	3	0.0034

Tablica 4.61 Rezultati Log-rank testa za *trajanje* po ocjenama s državne mature

Statistički je značajna razlika vidljiva na slici 4.61 između studenata koji su bili ocijenjeni s dvojkom i preostalih- kao i u tablici 4.58.

Zaposlenje tijekom preddiplomskog studija

Svega 36.26% studenata je barem povremeno bilo zaposleno tijekom preddiplomskog studija. Posao može biti ometajući faktor u pripremama za ispite i pohađanju predavanja. Provjerit ćemo ometa li posao toliko da se trajanje preddiplomskog studija produži ili je posao možda motivacija za financijski isplativim redovitim polaganjem ispita.

Posao	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Da	32	28	26	4	3	2	95	36.26	4.2	1.17	3	4	8
Ne	102	45	13	6	1	0	167	63.74	3.56	0.83	3	3	7
Σ	134	73	39	10	4	2	262	100					

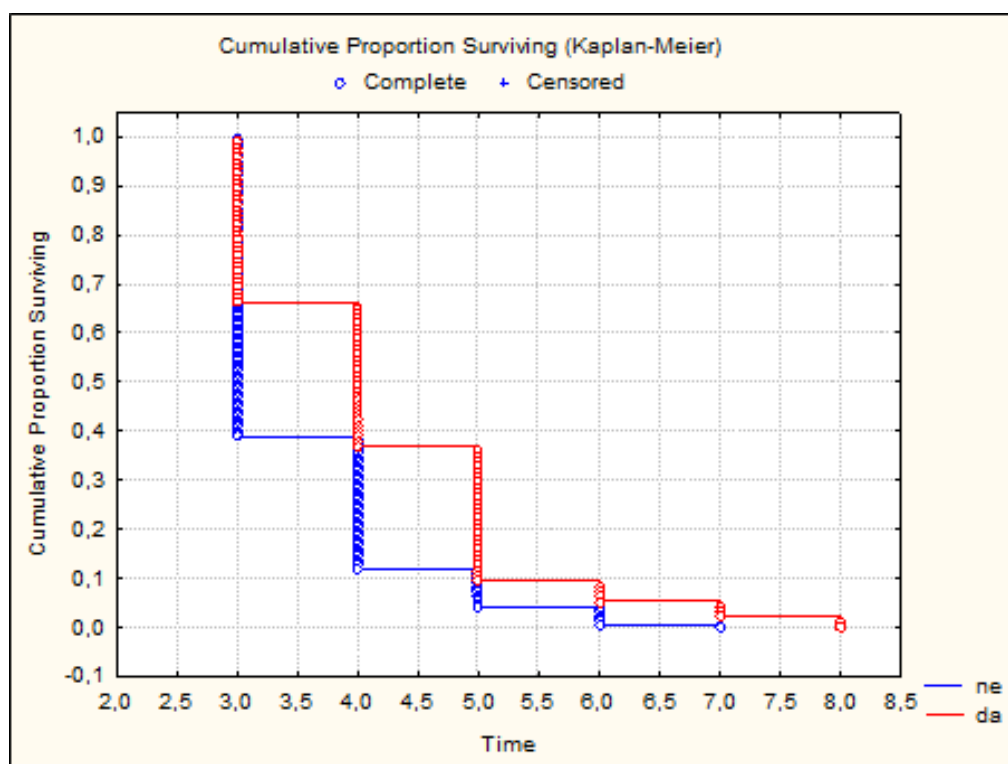
Tablica 4.62 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po zaposlenju

Obzirom da su ispitani studenti imali mogućnost odgovoriti na pitanje o poslu uz fakultet samo s DA ili NE, uzorci su nezavisni. Testirat ćemo razliku u očekivanoj duljini trajanja preddiplomskog studija između populacija studenata koji su barem povremeno bili zaposleni i koji nisu bili zaposleni Mann-Whitney-Wilcoxon testom.

Wilcoxon Test	
Z	4.9211
Jednosmjerni Pr > Z	<.0001
Dvosmjerni Pr > Z	<.0001

Tablica 4.63 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje* po zaposlenju

Zaključujemo da postoji statistički značajna razlika u duljini trajanja preddiplomskog studija između studenata koji su barem povremeno bili zaposleni i koji nisu bili zaposleni tijekom studija, tj. zaposleni studenti statistički značajno dulje studiraju na preddiplomskom studiju, na razini značajnosti od 5%. Jednake rezultate dobili smo i analizom doživljenja.



Slika 4.64 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po zaposlenju

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	23.7216	1	<.0001

Tablica 4.65 Rezultati Log-rank testa za *trajanje* po zaposlenju

Log-Rank test je s p-vrijednošću < 0.0001 potvrdio da postoji statistički značajna razlika, a ona je vidljiva također i na slici 4.64. te u tablici 4.66.

Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija		
Trajanje	Zaposleni	Nezaposleni
3	0.3368	0.6108
4	0.6316	0.8802
5	0.9053	0.9581
6	0.9474	0.9940
7	0.9789	1
8	1	1

Tablica 4.66 Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija u određenoj godini po zaposlenju

Stav o zaposlenju

Pokazali smo da zaposlenje utječe na duljinu preddiplomskog studija. Provjerimo hoće li studenti koji smatraju da ih je posao omeo u redovitom polaganju ispita statistički značajno dulje studirati od ostalih.

Čak 57.57% zaposlenih studenata smatra da ih je posao barem povremeno omeo u redovitom polaganju ispita. Iz tablice 4.67 je vidljiva velika razlika u aritmetičkim sredinama duljina trajanja preddiplomskog studija studenata koji su smatrali da ih je posao ometao i onih koji ne misle da ih je posao ometao u redovitom polaganju ispita.

Posao je ometao	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Da	4	6	7	0	3	2	22	22.22	4.91	1.57	3	5	8
Ne	18	12	9	3	0	0	42	42.43	3.93	0.97	3	4	6
Povremeno	12	10	10	3	0	0	35	35.35	4.11	0.99	3	4	6
Σ	34	28	26	6	3	2	99	100					

Tablica 4.67 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po mišljenju o utjecaju posla na *trajanje*

Kruskal-Wallisovim testom pokazalo se da je vidljiva razlika statistički značajna (tablica 4.68). Hochbergovim algoritmom ćemo provjeriti koja mišljenja čine tu razliku.

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	6.4919
DF	2
p vrijednost	0.0389

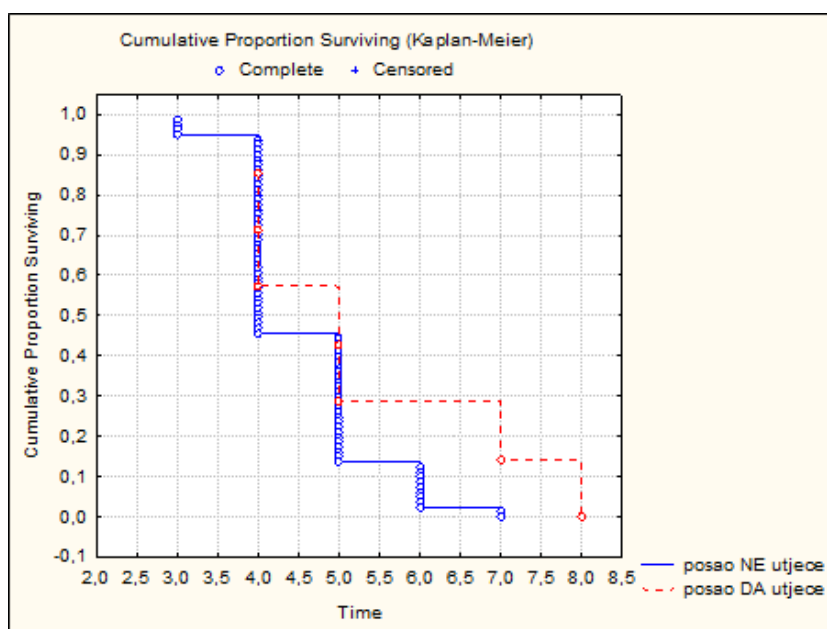
Tablica 4.68 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po mišljenju o utjecaju posla na *trajanje*

Opservacija	Mišljenje	p-vrijednost	Zaključak
1	ne_povremeno	0.6679	H0
2	da_povremeno	0.1744	H0
3	da_ne	0.0336	H0

Tablica 4.69 Rezultati Hochbergovog algoritma za mišljenja o utjecaju posla na *trajanje*

Hochbergov algoritam nije prepoznao koji par čini statistički značajnu razliku. Kada bismo testirali hipoteze $H_0: \mu_{da} = \mu_{ne}$, $H_1: \mu_{da} \neq \mu_{ne}$, moglo bi se zaključiti da postoji statistički značajna razlika u duljini trajanja preddiplomskog studija između studenata koji misle da je posao utjecao i koji misle da posao nije utjecao na duljinu njihovog preddiplomskog studija.

Slične rezultate dobivamo i analizom doživljenja. Log-Rank testom je potvrđena statistički značajna razlika, a graf na slici 4.70 potvrđuje da razliku čine studenti koji misle da je posao utjecao i koji misle da posao nije utjecao na duljinu njihovog preddiplomskog studija.



Slika 4.70 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po mišljenju o utjecaju posla na *trajanje*

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	9.8826	2	0.0071

Tablica 4.71 Rezultati Log-Rank testa za *trajanje* po mišljenju o utjecaju posla na *trajanje*

Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija			
Trajanje	Utjecaj- DA	Utjecaj- NE	Utjecaj-POVREMENO
3	0.18	0.43	0.34
4	0.45	0.71	0.63
5	0.77	0.93	0.91
6	0.77	1	1
7	0.91	1	1
8	1	1	1

Tablica 4.72 Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija u određenoj godini po mišljenju o utjecaju posla na *trajanje*

Putovanje do fakulteta

Kako posao, tako i putovanje do fakulteta predstavlja vrijeme koje nije provedeno u učenju. No, nije sasvim jasno utječe li to vrijeme na neuspješno polaganje ispita. Studenti su bili ispitani o vremenu provedenom u putovanju prema fakultetu u jednom smjeru. U tablici 4.73 su prikazani deskriptivni podaci.

	$\bar{X}$	<i>Std</i>	X_{min}	Q_1	<i>Me</i>	Q_3	X_{max}
Putovanje (min)	54.02672	28.04518	2	35	50	60	180

Tablica 4.73 Deskriptivna statistika varijable *putovanje*

Obzirom da je putovanje kontinuirana varijabla, podijelit ću uzorke u šest intervala vremena (u minutama): $\langle 0,30]$, $\langle 31,60]$, $\langle 61,90]$, $\langle 91,120]$, $\langle 121,150]$ i $\langle 151,180]$.

Putovanje (min)	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
$\langle 0, 30 \rangle$	38	8	11	3	1	1	62	23.66	3.77	1.17	3	3	8
$\langle 31, 60 \rangle$	74	51	21	3	1	0	150	57.25	3.71	0.83	3	4	7
$\langle 61, 90 \rangle$	9	9	3	3	2	1	27	10.31	4.37	1.45	3	4	8
$\langle 91, 120 \rangle$	11	3	4	0	0	0	18	6.87	3.61	0.85	3	3	5
$\langle 121, 150 \rangle$	1	2	0	0	0	0	3	1.15	3.67	0.58	3	4	4
$\langle 151, 180 \rangle$	1	0	0	1	0	0	2	0.76	4.5	2.12	3	4.5	6
Σ	134	73	39	10	4	2	262	100					

Tablica 4.74 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po duljini putovanja

Nezavisnost uzoraka je osigurana disjunktним intervalima. Kruskal-Wallisov test pokazuje da ne postoji statistički značajna razlika u duljini trajanja obzirom na duljinu putovanja do fakulteta.

Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	6.5909
DF	5
p vrijednost	0.2529

Tablica 4.75 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po duljini putovanja

Plaćanje školarine

Studentima slabijeg imovinskog statusa nikako ne odgovara plaćanje školarine. Je li to dovoljna motivacija svim studentima da redovito polažu ispite? Čak 68.06% studenata nije plaćalo školarinu tokom preddiplomskog studija, što je jako dobar opći uspjeh studenata.

Plaćanje školarine	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	<i>Std</i>	x_{min}	<i>Me</i>	x_{max}
Da	2	43	26	9	3	1	84	31.94	4.65	0.92	3	4	8
Ne	133	30	13	1	1	1	179	68.06	3.38	0.77	3	3	8
Σ	135	73	39	10	4	2	263	100					

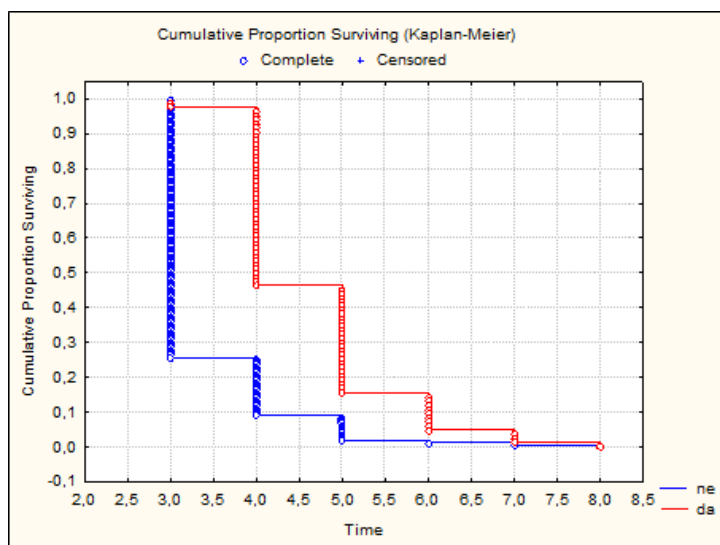
Tablica 4.76 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po plaćanju školarine

Mann-Whitney-Wilcoxon testom dobivena je p-vrijednost <0.0001 , zbog čega zaključujemo da postoji statistički značajna razlika u trajanju preddiplomskog studija između studenata koji su plaćali i koji nisu plaćali školarinu, tj. da su oni studenti koji nisu plaćali školarinu statistički značajno kraće studirali. Taj efekt se mogao dogoditi i prateći ga tako da je *školarina* zavisna varijabla.

Wilcoxon Test	
Z	10.7845
Jednosmjerni $Pr < Z$	$<.0001$
Dvosmjerni $Pr > Z $	$<.0001$

Tablica 4.77 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje* po plaćanju školarine

Pogledajmo rezultate *LIFETEST* procedure. Grafički je razlika vidljiva (slika 4.78), posebno na tri godine trajanja, a Log-Rank test je potvrdio da je ona i statistički značajna.



Slika 4.78 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po plaćanju školarine

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	82.3093	1	<.0001

Tablica 4.79 Rezultati Log-Rank testa za *trajanje* po plaćanju školarine

Procijenjene vjerojatnosti završetka preddiplomskog studija		
Trajanje	Plaćali	Nisu plaćali
3	0.0238	0.7430
4	0.5357	0.9106
5	0.8452	0.9832
6	0.9524	0.9888
7	0.9881	0.9944
8	1	1

Tablica 4.80 Procijenjene vjerojatnosti završetka studija u određenoj godini po plaćanju školarine

Stav o uzrocima

Studenti koji su plaćali školarinu na preddiplomskom studiju su bili pitani u anketi o uzroku plaćanja. Osim ponuđenih odgovora (težina gradiva, nedovoljno vremena provedeno u ponavljanju gradiva, strogost profesora) pojavili su se učestalo i novi, slobodni odgovori: volja za studiranjem, manjak rokova, posao uz studij.

Napravit ćemo deskriptivnu analizu svake od navedenih varijabli i provjeriti utječe li navedeno mišljenje statistički značajno na duljinu trajanja preddiplomskog studija.

Iz tablica 4.81-4.86 je vidljivo da čak 60.23% studenata koji nisu redovito polagali ispite smatra da nije imalo dovoljno vremena da se posveti učenju (iz različitih razloga), 30.68% ih smatra da je gradivo koje se obrađuje na preddiplomskom studiju preteško, 21.59% ih smatra da su pravila kolegija ili profesori prestrogi, 11.36% njih nije imalo volje za studiranjem, 12.50% ih smatra da je uzrok manjak rokova i samo ih 7.95% smatra da je posao uzrok njihovom neredovitom polaganju.

Obzirom da su svi uzorci nezavisni, testirat ćemo utjecaj mišljenja na trajanje preddiplomskog studija Mann-Whitney-Wilcoxon testom.

Težina	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Ne	3	31	18	7	1	1	61	69.32	4.59	0.94	3	4	8
Da	1	12	10	2	2	0	27	30.68	4.70	0.95	3	5	7
Σ	4	43	28	9	3	1	88	100					

Tablica 4.81 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po stavu o *težini gradiva*

Wilcoxon Test	
Z	0.5839
Jednosmjerni Pr < Z	0.2796
Dvosmjerni Pr > Z	0.5593

Tablica 4.82 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje* po stavu o *težini gradiva*

Trajanje preddiplomskog studija se ne razlikuje statistički značajno između studenata različitih stavova o težini gradiva kao uzroku duljeg trajanja studija.

Vrijeme	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Ne	1	15	16	2	0	1	35	39.77	4.66	0.87	3	5	8
Da	3	28	12	7	3	0	53	60.23	4.60	0.99	3	4	7
Σ	4	43	28	9	3	1	88	100					

Tablica 4.83 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po stavu o *vremenu provedenom u učenju*

Wilcoxon Test	
Z	0.6149
Jednosmjerni Pr < Z	0.2693
Dvosmjerni Pr > Z	0.5386

Tablica 4.84 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje* po stavu o *vremenu provedenom u učenju*

Trajanje preddiplomskog studija se ne razlikuje statistički značajno između studenata različitih stavova o provedenom vremenu u učenju kao uzroku duljeg trajanja studija.

Strogost	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Ne	4	36	18	8	2	1	69	78.41	4.58	0.98	3	4	8
Da	0	7	10	1	1	0	19	21.59	4.79	0.79	4	5	7
Σ	4	43	28	9	3	1	88	100					

Tablica 4.85 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po stavu o *strogosti profesora*

Wilcoxon Test	
Z	1.2870
Jednosmjerni Pr < Z	0.0991
Dvosmjerni Pr > Z	0.1981

Tablica 4.86 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje* po stavu o *strogosti profesora*

Trajanje preddiplomskog studija se ne razlikuje statistički značajno između studenata različitih stavova o strogosti profesora kao uzroku duljeg trajanja studija.

Volja	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Ne	4	39	24	7	3	1	78	88.64	4.60	0.96	3	4	8
Da	0	4	4	2	0	0	10	11.36	4.8	0.79	4	5	6
Σ	4	43	28	9	3	1	88	100					

Tablica 4.87 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po *volji za učenjem*

Wilcoxon Test	
Z	0.9198
Jednosmjerni Pr < Z	0.1788
Dvosmjerni Pr > Z	0.3577

Tablica 4.88 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje po volji za učenjem*

Trajanje preddiplomskog studija se ne razlikuje statistički značajno između studenata koji su se izjasnili da nemaju volje za učenjem i ostalih studenata.

Rokovi	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Ne	4	39	23	8	2	1	77	87.50	4.58	0.94	3	4	8
Da	0	4	5	1	1	0	11	12.50	4.91	0.94	4	5	7
Σ	4	43	28	9	3	1	88	100					

Tablica 4.89 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po stavu o *manjku rokova*

Wilcoxon Test	
Z	1.1974
Jednosmjerni Pr < Z	0.1156
Dvosmjerni Pr > Z	0.2311

Tablica 4.90 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje* po stavu o *manjku rokova*

Trajanje preddiplomskog studija se ne razlikuje statistički značajno između studenata različitih stavova o količini rokova kao uzroku duljeg trajanja studija.

Posao	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Ne	4	40	26	9	2	0	81	92.05	4.57	0.85	3	4	7
Da	0	3	2	0	1	1	7	7.95	5.29	1.60	4	5	8
Σ	4	43	28	9	3	1	88	100					

Tablica 4.91 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po stavu o poslu

Wilcoxon Test	
Z	1.0537
Jednosmjerni Pr < Z	0.1460
Dvosmjerni Pr > Z	0.2920

Tablica 4.92 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje* po stavu o poslu

Trajanje preddiplomskog studija se ne razlikuje statistički značajno između studenata različitih stavova o poslu kao uzroku duljeg trajanja studija.

Školarina kao motivacija

Plaćanje školarine je intuitivno motivacija studentima slabijeg potrošačkog stanja za redovitim polaganjem ispita. Pogledajmo što ispitani studenti misle o školarini kao motivaciji te utječu li navedeni stavovi na duljinu trajanja preddiplomskog studija.

Školarina je motivacija	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	<i>Std</i>	x_{min}	<i>Me</i>	x_{max}
Da	23	21	8	2	0	0	54	25.59	3.80	0.83	3	4	6
Ne	15	17	14	4	3	1	54	25.59	4.37	1.23	3	4	8
Nisam razmišljao/la	51	30	16	4	1	1	103	48.82	3.81	1.01	3	4	8
Σ	89	68	38	10	4	2	211	100					

Tablica 4.93 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po *školarini kao motivaciji*

Studenti kojima školarina nije bila motivacija za bržim završetkom preddiplomskog studija su u prosjeku dulje studirali. Kruskal-Wallisov test je pokazao da je statistički značajna razlika u očekivanim vrijednostima trajanja preddiplomskog studija između studenata različitog mišljenja o školarini kao motivaciji.

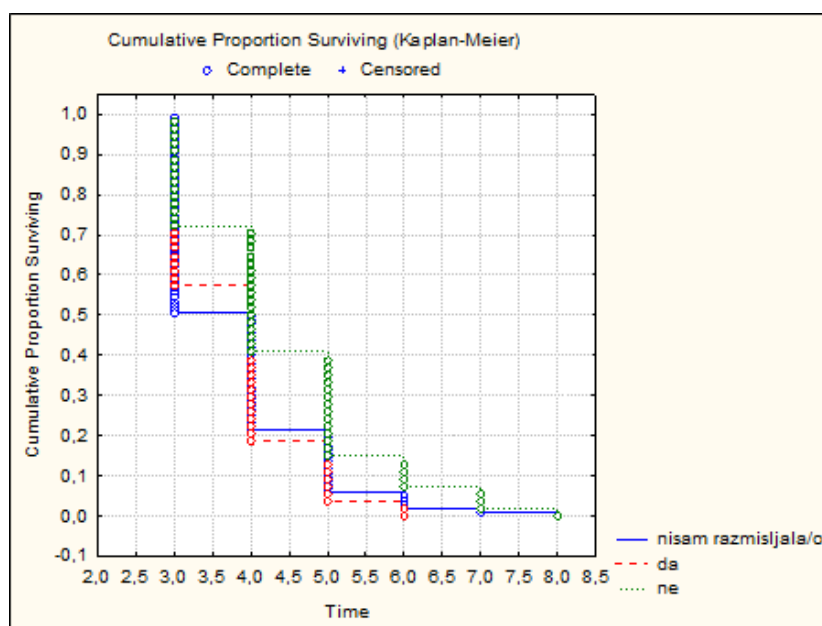
Kruskal-Wallis Test	
Hi kvadrat	10.1976
DF	2
p vrijednost	0.0061

Tablica 4.94 Kruskal-Wallisov test za varijablu *trajanje* po *školarini kao motivaciji*

Opservacija	Školarina motivacija	p-vrijednost	Zaključak
1	Da_mozda	0.9135	H0
2	Da_ne	0.0350	H0
3	mozda_ne	0.0071	H1

Tablica 4.95 Rezultati Hochbergovog algoritma za školarinu kao motivaciju

Iako je veća razlika u aritmetičkim sredinama između studenata kojima je školarina motivacija i kojima nije, Hochbergov algoritam je zbog postupka rangiranja tu razliku zanemario. Analiza doživljenja pokazuje da je i ta razlika statistički značajna, što je posebice vidljivo grafički na slici 4.96.



Slika 4.96 Kumulativne proporcije doživljenja trajanja preddiplomskog studija po školarini kao motivaciji

Test	Hi-kvadrat	DF	p-vrijednost
Log-Rank	10.4829	2	0.0053

Tablica 4.97 Rezultati Log-Rank testa za *trajanje* po *školarini kao motivaciji*

Razlog studiranja na preddiplomskom studiju PMF-a

Zanimljiv je podatak da se čak 97.33% studenata prilikom upisa na fakultet odluče na Matematički odsjek PMF-a iz vlastitih razloga. Oni koji su upisali iz drugog razloga su možda i manje motivirani. Pogledajmo je li to zaista tako.

Razlog studiranja	Trajanje (frekvencije)								Procijenjeni parametri				
	3	4	5	6	7	8	Σ	Udio (%)	$\bar{x}$	Std	x_{min}	Me	x_{max}
Osobni interes	132	71	36	10	4	2	255	97.33	3.78	1.02	3	3	8
Tuđi interes	3	1	3	0	0	0	7	2.67	4	1	3	4	5
Σ	135	72	39	10	4	2	262						

Tablica 4.98 Deskriptivna statistika varijable *trajanje* po *motivaciji studiranja*

Mann-Whitney-Wilcoxonov test je s p-vrijednošću 0.4545 pokazao da ne postoji statistički značajna razlika u duljini preddiplomskog studija obzirom na interes studiranja.

Wilcoxon Test	
Z	0.7479
Jednosmjerni Pr < Z	0.2273
Dvosmjerni Pr > Z	0.4545

Tablica 4.99 Mann-Whitney-Wilcoxonov test za *trajanje po motivaciji studiranja*

Zanimljivi podaci

Ovo poglavlje namijenjeno je zanimljivim deskriptivnim statističkim podacima ne nužno vezanim uz trajanje studija.

Interesantna je pojava značajnosti razlike u duljini preddiplomskog studija obzirom na smjer diplomskog studija i vrstu srednje škole. Ono što nas zanima je jesu li studenti s najkraćim trajanjem po smjerovima ujedno i pohađali matematičku gimnaziju pa su samim time bili u prednosti ili to ipak nije pravilo. Napraviti ćemo deskriptivnu analizu koristeći proceduru *FREQ*:

```
proc freq data=baza;
tables trajanje*srednja*smjer_dipl;
run;
```

Trajanje = 3 godine																
Srednja škola	Smjerovi diplomskog studija															
	Frekvencije Udjeli (%)															
	EDU		EDUINF		FIPM		MS		PM		RM		TM		Σ	
matematička	7	5.22	0	0	16	11.94	8	13.43	6	4.48	13	9.7	7	5.22	67	50.00
opća	23	17.16	2	1.49	11	8.21	13	9.70	3	2.24	8	5.97	1	0.75	61	45.52
strukovna	4	2.99	0	0	0	0	1	0.75	0	0	1	0.75	0	0	6	4.48
Σ	34	25.37	2	1.49	27	20.15	32	23.88	9	6.72	22	16.42	8	5.97	134	100

Tablica 4.100 Tablica frekvencija varijable *smjer diplomskog studija* po vrstama srednjih škola za *trajanje* 3 godine

Od svih studenata koji su preddiplomski studij završili za 3 godine, njih 67 (točno 50%) je pohađalo matematičku gimnaziju, nešto manje (45.52%) ih je pohađalo opću gimnaziju, a samo 4.48% strukovnu školu. Zanimljiva je činjenica da je pritom 66.67% studenata s nastavničkog smjera matematike završilo opću gimnaziju.

Smjer diplomskog studija = EDU														
Srednja škola	Trajanje													
	Frekvencija Udjeli (%)													
	3		4		5		6		7		8		Σ	
matematička	7	8.05	6	6.90	4	4.60	2	2.30	1	1.15	0	0	20	22.99
opća	23	26.44	21	24.14	9	10.34	3	3.45	2	2.30	0	0	58	66.67
strukovna	4	4.60	2	2.30	3	3.45	0	0	0	0	0	0	9	10.34
Σ	34	39.08	29	33.33	16	18.39	5	5.75	3	3.45	0	0	87	100

Tablica 4.101 Tablica frekvencija varijable *trajanje* po vrstama srednjih škola na smjeru Matematika; nastavnički

U proceduri *FREQ* na prvo mjesto stavljam varijablu *smjer diplomskog studija* kako bih za svaki od smjerova dobila pripadne rezultate trajanja i vrste srednje škole. Rezultat je tablica 4.101.

Zanimljivo je pratiti i studente koji su završili strukovnu školu. Prilikom upisa na preddiplomski studij, oni su se većinski opredjelili za nastavnički smjer.

Srednja škola	Smjer preddiplomskog studija					
	Frekvencija Udjeli (%)					
	Inženjerski		Nastavnički		Σ	
matematička	91	35.14	21	8.11	112	43.24
opća	70	27.03	56	21.62	126	48.65
strukovna	7	2.70	14	5.41	21	8.11
Σ	168	64.86	91	35.14	259	100

Tablica 4.102 Tablica frekvencija varijable *smjer preddiplomskog studija* po vrstama srednjih škola

Prisjetimo se, 37.26% studenata se izjasnilo da je tokom preddiplomskog studija primalo stipendiju. No, koliki su prosjek imali oni koji su primali najviši iznos? Vrijedi li nužno pravilo „što je bolji prosjek, to je veća stipendija“ ili su je nekim studentima ipak dovoljan i manji iznos? Pogledajmo tablicu 4.103.

Iznos stipendija	Intervali prosjeka ocjena							
	Frekvencija Udjeli (%)							
	[2.00, 2.99)		[3.00, 3.99)		[4.00, 5.00]		Σ	
450	1	1.03	0	0	0	0	1	1.03
500	1	1.03	7	7.22	3	3.09	11	11.34
600	0	0	4	4.12	3	3.09	7	7.22
700	2	2.06	8	8.25	6	6.19	16	16.49

800	0	0	6	6.19	3	3.09	9	9.28
900	0	0	1	1.03	0	0	1	1.03
1000	1	1.03	10	10.31	16	16.49	27	27.84
1200	0	0	7	7.22	0	0	7	7.22
1400	0	0	1	1.03	0	0	1	1.03
1600	0	0	1	1.03	1	1.03	2	2.06
2000	0	0	0	0	2	2.06	2	2.06
2200	0	0	0	0	1	1.03	1	1.03
2300	0	0	0	0	1	1.03	1	1.03
3000	0	0	0	0	4	4.12	4	4.12
3100	0	0	0	0	1	1.03	1	1.03
3200	0	0	0	0	4	4.12	4	4.12
3300	0	0	1	1.03	0	0	1	1.03
3400	0	0	0	0	1	1.03	1	1.03
Σ	5	5.15	46	47.42	46	47.42	97	100

Tablica 4.103 Tablica frekvencija iznosa stipendija po intervalima prosjeka ocjena

Zanimljiva je činjenica da su studenti s prosjekom 3-3.99 i oni s prosjekom 4-5 primili jednak broj stipendija. Još je zanimljivije to što je njih 20 od 46 (43.5%) s prosjekom 3-3.99 primalo stipendiju od 1000 ili više kuna.

Ranije smo spomenuli kako se čak 91.98% studenata izjasnilo da im je ovaj fakultet bio prvi na listi prioriteta tokom upisa. Provjerit ćemo koje smjerove preddiplomskog studija su odabrali studenti s različitim prioritetima.

Od ispitanih studenata, 67% onih kojima ovaj fakultet nije bio prvi na listi prioriteta je upisalo nastavnički smjer. Ta pojava je očekivana, obzirom da nastavnički smjer matematike slovi kao lakši.

Prioritet kod upisa	Smjer preddiplomskog studija					
	Frekvencija / Udjeli (%)					
	Inženjerski		Nastavnički		Σ	
1.	162	62.55	76	29.34	238	91.89
2.	6	2.32	11	4.25	17	6.56
3.	1	0.39	1	0.39	2	0.77
4.	0	0	1	0.39	1	0.39
5.	0	0	1	0.39	1	0.39
Σ	169	65.25	90	34.75	259	100

Tablica 4.104 Tablica frekvencija varijable *smjer preddiplomskog studija* po prioritetima kod upisa

Kažu da muškarci imaju genetički razvijeniju matematičku logiku od žena. Pogledajmo što o tome kaže tablica prosjeka ocjena po spolovima (tablica 4.105).

Spol	Intervali prosjeka ocjena							
	[2.00, 2.99]		[3.00, 3.99]		[4.00, 5.00]		Σ	
Muški	20	7.60	39	14.83	23	8.75	82	31.18
Ženski	29	11.03	118	44.87	34	12.93	181	68.82
Σ	49	18.63	157	59.70	57	21.67	263	100

Tablica 4.105 Tablica frekvencija intervala prosjeka ocjena po spolu

24% muških i samo 16% ženskih studenata ima prosjek ocjena između 2 i 2.99. No, činjenica je da je veći postotak muških „genijalaca“. Naime, muških studenata s prosjekom između 4 i 5 je 28%, a ženskih 19%. Je li ovim rezultatom mit dokazan, ostavljam čitatelju na odabir.

Literatura

[1] *SAS Product Documentation*, dostupno na <https://support.sas.com/documentation/> (lipanj, 2016.)

[2] A.Bosak, *Diplomski rad: Neparometrijski Kruskal-Wallisov test za nezavisne uzorke*, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odjel, srpanj 2010.

[3] J.Borkowski, *Experimental design*, dostupno na <http://www.math.montana.edu/job/st541/> (lipanj, 2016.)

[4] A.Jazbec, *Skripta s predavanja: Odabrane statističke metode u biomedicini*, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odjel

[5] J.P.Klein, M.L.Moeschberger, *Survival Analysis, Techniques for Censored and Truncated Data*, Springer, New York, 2003.

[6] *Statistika-predavanja*, dostupno na <https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/stat/index.php?sadrzaj=predavanja.php> (lipanj 2016.)

[7] J.F.Troendle, *A Stepwise Resampling Method of Multiple Hypothesis Testing*, Journal of the American Statistical Association, Vol. 90 (1995), 370-372

Sažetak

Brojni su faktori koji utječu na duljinu studija. Većinom su oni individualni, vezani uz način života i prioritet pojedinca. No, ipak se pokazalo da su neki faktori univerzalni i ometajući ili poticajni za većinu studenata na PMF-u. To su godina rođenja, smjer diplomskog studija, smještaj, primanje stipendije, prosjek ocjena, ocjena s državne mature, zaposlenje tokom studija, stav o zaposlenju, plaćanje školarine, motivacija školarinom. Činjenica je da, osim zaposlenja, nijedan od navedenih čimbenika nije nabrojan od strane studenata kada su bili upitani o uzrocima neredovitog polaganja ispita.

Neki od nabrojanih faktora su sasvim jasni i mogu se promatrati kao zavisne varijabe ukoliko trajanje postavimo na poziciju nezavisne, no ostali nisu intuitivno jasni pa je testiranje ostavilo iznenađujuće rezultate.

Summary

There are many factors that affect the length of the study. Most of them are individual, related to the way of life and the priority of the individual. However, it turned out that some factors are universal and disturbing or stimulating for most students on PMF. Those are the year of birth, the direction of graduate studies, accommodation, receiving scholarships, average mark, mark from state high school graduation, employment along the study, opinion about employment along the study as disturbing factor, tuition fee, motivation because of tuition fee. The fact is that, apart from work, none of these factors are listed by the students when they were asked about the causes of irregular examinations.

Some of those factors are quite clear and can be seen as dependent variables if the duration is placed on the position of independent, but others are not intuitively clear, so the testing left a surprising results.

Životopis

Rođena sam 6. svibnja 1992. godine u Zagrebu. Nakon završene osnovne škole, 2006. godine u Zagrebu upisujem XV. gimnaziju (MIOC). Godine 2010. upisujem se na Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odsjek u Zagrebu na smjer Matematika; nastavnički. 2013. godine na istom fakultetu upisujem Diplomski studij Matematička statistika. U međuvremenu, tokom studija sam bila zaposlena na više radnih mjesta, od kojih ističem Osnovnu školu Sesvetska Sela, u kojoj sam i danas zaposlena kao učiteljica matematike.