

Važnost poučavanja statistike i vjerojatnosti u razrednoj nastavi

Lolić, Ivana

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:252265>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-09-29**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI STUDIJ
ODSJEK ZA UČITELJSKI STUDIJ

Ivana Lolić

VAŽNOST POUČAVANJA STATISTIKE I VJEROJATNOSTI U
RAZREDNOJ NASTAVI

Diplomski rad

Čakovec, lipanj 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Ivana Lolić

VAŽNOST POUČAVANJA STATISTIKE I VJEROJATNOSTI U
RAZREDNOJ NASTAVI

Diplomski rad

Mentor:
prof. dr. sc. Predrag Vuković

Čakovec, lipanj 2024.

Zahvala

Zahvaljujem prof. dr. sc. Predragu Vukoviću na prihvaćenju mentorstva. Na prvoj godini fakulteta sam mu rekla da ću diplomski rad pisati pod njegovim mentorstvom i zaista to se i dogodilo. Moja ljubav prema matematici je ostala ista kroz ovih pet godina školovanja, mogu čak reći i porasla zbog svih profesora koji su mi matematiku prikazali u novom svjetlu zato sam odlučila svoj diplomski rad posvetiti matematici. Veliko hvala i asistentici Mateji Sabo Junger mag. prof. math. koja je uvijek bila velika podrška i vodila me kroz ovo putovanje pisanja diplomskog rada. Uvijek je bila strpljiva i udaljena samo jedan poziv za bilo koje pitanje.

Zahvaljujem i svojoj obitelji koja je bila tu za mene i koja mi je dala priliku da još jednom pokušam pronaći svoj san. Naravno, hvala i mojoj drugoj obitelji koja me je također poticala i hrabrila da mogu prijeći sve prepreke. Hvala i mom zaručniku koji je bio uz mene svih pet godina, rame za plakanje, utjeha, najveća podrška i nadam se će biti barem još 50 godina. A na kraju zahvaljujem onoj bez koja ne bih bila ovdje, mojoj kumi, prijateljici, sestri koja je rekla: „Idemo studirati u Čakovec, malo da promijenimo okolinu“. Eh, da nije bilo nje, tko zna gdje bi bila danas.

Sadržaj

SAŽETAK.....	5
1. UVOD	1
2. UVOD U STATISTIKU I VJEROJATNOST.....	2
2.1. STATISTIKA	2
2.2. VJEROJATNOST.....	4
3. STATISTIKA I VJEROJATNOST U KURIKULUMU ZA NASTAVNI PREDMET MATEMATIKA.....	6
4. STATISTIKA I VJEROJATNOST U REPUBLICI HRVATSKOJ	9
4.1. MEĐUNARODNO ISTRAŽIVANJE TRENDOVA U ZNANJU MATEMATIKE I PRIRODOSLOVLJA (TIMSS)	9
4.2. NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA.....	10
5. PREDNOSTI UČENJA STATISTIKE I VJEROJATNOSTI.....	13
6. ISTRAŽIVANJE	15
6.1. CILJ ISTAŽIVANJA I ISTRAŽIVAČKA PITANJA.....	15
6.2. METODOLOGIJA.....	16
6.2.1. DIZAJN ISTRAŽIVANJA.....	16
6.2.2. UZORAK	16
6.3. METODE PRIKUPLJANJA I ANALIZA PODATAKA	16
6.4. REZULTATI I DISKUSIJA	17
6.5. ZAKLJUČAK	22
7. ZAKLJUČAK	24
8. LITERATURA.....	26
9. POPIS TABLICA.....	29
10. PRILOZI.....	30

SAŽETAK

U ovom diplomskom radu opisana je statistika i vjerojatnost kao grana matematike i njezina svrha u razrednoj nastavi. Ukratko su predstavljene statistika i vjerojatnost kao znanosti te njihovi počeci, razvoj kroz povijest te primjena u razrednoj nastavi. Nadalje, prikazana je zastupljenost domene *Podatci, statistika i vjerojatnost* u Kurikulumu za nastavni predmet matematika kroz obrazovne ishode, odnosno koje obrazovne ishode vežemo za statistiku i vjerojatnost u kurikulumu kroz sva četiri razreda razredne nastave te postotak njihove zastupljenosti. Opisane su i vještine koje će učenici usvojiti primjenom kurikuluma kroz nastavni predmet matematika. Kako bismo uočili važnost poučavanja statistike i vjerojatnosti analizirat ćemo rezultate ispita koji se provode u Republici Hrvatskoj, a to su Međunarodno istraživanje trendova u znanju matematike i prirodoslovlja (TIMSS) te projekt *Nacionalni ispiti iz matematike* koji se provodio od 2011. – 2014. godine. U navedenim ispitima analizirat ćemo postotak zastupljenosti zadataka domene *Podatci, statistika i vjerojatnost* te uspješnost učenika razredne nastave u toj domeni. Ukratko je opisan i Nacionalni ispit iz matematike koji se provodi u osnovnim školama od 2014. godine prema kurikulumu. Također, navedene su prednosti učenja i poučavanja statistike i vjerojatnosti i vještine koje učenici stječu učenjem statistike i vjerojatnosti. Uz prednosti navedena je i međupredmetna povezanost statistike i vjerojatnosti s drugim nastavnim predmetima te na koji način možemo upotrijebiti statistiku i vjerojatnost u nastavi.

U ovom radu predstavljeno je i istraživanje o važnosti poučavanja statistike i vjerojatnosti, odnosno znaju li učitelji razredne nastave koje vještine učenici stječu učenjem statistike i vjerojatnosti. Istraživanje je provedeno pomoću ankete, a ispitanici su bili učitelji razredne nastave na području Međimurja.

KLJUČNE RIJEČI: kurikulum, nacionalni ispiti iz matematike, statistika, TIMSS, učenici razredne nastave, učitelji razredne nastave, vjerojatnost

SUMMARY

This thesis describes statistics and probability as a branch of mathematics and its purpose in classroom teaching. Statistics and probability as a science and their beginnings, development through history and application in classroom teaching are briefly presented. Furthermore, the representation of the domain data, statistics and probability in the Curriculum for the subject mathematics through educational outcomes is presented, i.e. which educational outcomes are associated with statistics and probability in the curriculum through all four grades of primary education and the percentage of their representation. The skills that students will acquire by applying the curriculum through the subject mathematics are also described. In order to notice the importance of teaching statistics and probability, we will analyze the results of exams conducted in the Republic of Croatia, namely the International Research of Trends in Mathematics and Natural Sciences (TIMSS) and the project *National Exams in Mathematics*, which was implemented from 2011 to 2014. In these exams, we will analyze the percentage of representation of domain tasks *Data, statistics and probability* and the performance of primary school students in this domain. The National Exam in Mathematics is also briefly described, which has been conducted in primary schools since 2014. according to the curriculum. Also, the benefits of learning and teaching statistics and probability and skills that students acquire by learning statistics and probabilities are listed. In addition to the advantages, there is a cross-curricular correlation between statistics and probability with other subjects and how we can use statistics and probability in teaching.

This paper also presents a research on the importance of teaching statistics and probabilities, i.e. whether primary school teachers know what skills students acquire by learning statistics and probabilities. The survey was conducted using questionnaire, and the respondents were primary school teachers in Međimurje.

KEYWORDS: classroom students, curriculum, national exams in mathematics, primary school teachers, probability, statistics, TIMSS,

1. UVOD

Matematika je nauka o odnosima među veličinama i prostornim formama (Markovac, 2001). Ona nas želi osposobiti za svakodnevne situacije u životu. Upravo to činimo i u početnoj nastavi matematike. U razrednoj nastavi krećemo od konkretnih predmeta i pomoću primjera iz svakodnevnog života želimo doći do sposobnosti apstrahiranja. Pri tome nam pomažu razne nastavne metode, oblici rada i materijali. Poučavanjem matematike razvijamo kritičko i analitičko mišljenje, a statistika i vjerojatnost su se pokazale kao pogodan alat na ostvarenje toga cilja. Statistika i vjerojatnost kao grane matematike poučavaju se već od 1. razreda osnovne škole, no premalo pažnje se pridaje tim granama matematike u obrazovanju, što ističe i Loparić (2019). Taj podatak možemo potvrditi s istraživanjem koje donosi Krljan (2023). Istraživanje pokazuje kako su ishodi iz domene *Podatci, statistika i vjerojatnost* reflektirani u matematičkim udžbenicima: „Sam broj zadataka iz domene Podatci, statistika i vjerojatnost također se razlikuju, ali već na prvi pogled vidljivo je kako su zadatci vrlo malo zastupljeni u matematičkim udžbenicima te je najveća zastupljenost 8 %” (Krljan, 2023; str. 71). Iako je došlo do promjene te je statistika i vjerojatnost dobila svoju domenu u Kurikulumu nastavnog predmeta matematike, još uvijek se ne vidi važnost poučavanja vjerojatnosti i statistike u razrednoj nastavi.

2. UVOD U STATISTIKU I VJEROJATNOST

2.1. STATISTIKA

Statistiku kao znanost možemo pronaći već u davnoj prošlosti. Mnogi vladari, kraljevi, carevi željeli su znati što sve posjeduju, koliko ljudi je na njihovoj zemlji, koliko zemlje imaju za obrađivati, koliko ljudi radi za njih, koliko hrane posjeduju. Svi ti podatci bili su im potrebni kako bi njihova vladavina bila uspješna. Ti vladari su trebali statistiku, odnosno trebali su prikupiti podatke, analizirati ih i interpretirati i dobivene podatke su koristili za određene svrhe, na primjer: dobiveni podatci su im mogli reći koliko hrane im treba za vojnike koje šalju u rat, koliko ljudi treba za obradu zemlje i slično. Danas je statistika prisutna svugdje, u svakoj grani posla. Svakodnevno koristimo statističke podatke kako bi došli do nekog zaključka važnog za nas.

Prve početke statistike vežemo za 4. stoljeće prije Krista, Antičku Grčku i matematičara i filozofa Hipiusa. Grci su imali problema s računanjem vremena i proteklo vrijeme su nazivali prema važnim sucima i svećenicima, no širem narodu ta imena nisu bila poznata. Tada Hipius dolazi do rješenja te svakoj četvrtoj godini daje ime prema pobjedniku s Olimpijskih igara koje je svaki čovjek pratio, a ime pobjednika je znao svatko. Koristio se metodom srednje vrijednosti kako bi došao do datuma prvih Olimpijskih igara i prema tome je radio procjenu o broju dotadašnjih pobjednika Olimpijskih igara (Gusić, 2016).

Značenje pojma *statistika* mijenjalo se kroz povijest, a danas Šorić i Serda (1995) definiraju statistiku kao: „znanost o prikupljanju brojčanih podataka različite vrste, o njihovu uređenju, metodama analize i tumačenju” (Šorić i Serda, 1995; str. 9). Statistika kao znanost ima i svoj zadatak: „osnovni je zadatak matematičke statistike obrada statističkih podataka i utvrđivanje metoda s pomoću kojih izvodimo zaključke na osnovi rezultata tekstova” (Pelle, 2004; str. 315).

Statistika pruža mnoge statističke priče kroz povijest. Prema Gusić (2016) poznata statistička priča veže se uz matematičara Ronalda Fishera i damu koja je voljela čaj. Naime dama je osjetila da je konobar najprije nasuo mlijeko u šalicu, a zatim čaj i time prekršio običaj pripremanja engleskog čaja. Fisher nije mogao stati samo na hipotezi da dama može prepoznati razliku i stoga je odlučio provesti eksperiment. Fisher je pripremio osam šalica čaja: četiri, gdje je prvo nasuo mlijeko i četiri, gdje je prvo nasut čaj. Ishodi ove priče ima

različite rezultate. Neki govore da je dama uspjela identificirati sve čajeve, a drugi tvrde da je uspjela samo šest. No Fisher se pitao koliko je zapravo potrebno šalice čaja da bi se dama proglasila izvrsnim kušačem. Matematičkim izračunom Fisher je ustvrdio da je dama iz priče izvrsni poznavalac čaja. Iz ovog eksperimenta proizašla je teorija o eksperimentima, odnosno koliko pozitivnih ishoda treba da bi se hipoteza potvrdila.

Statistika nam svakodnevno pruža podatke koje moramo znati protumačiti, zato je zadatak škole i nastavne matematike uvesti učenika u osnovna znanja o statistici (Kralj i Glasnović Gracin, 2005). Znanja iz statistike učeniku daju sposobnost prikupljanja, organiziranja, razumijevanja podataka i prikazivanja podataka, a najviše tumačenja dobivenih podataka. Kako bi učenici mogli prikupiti podatke moraju imati jasna anketna pitanja i logičke korake te jasne i učinkovite metode bilježenja podataka. Tako na primjer Pavlović (2016) navodi primjer gdje su šestogodišnjaci prikupljali podatke o tome tko ima šest godina u njihovoj skupini, no do problema je došlo jer šestogodišnjaci nisu znali kako ispravno provesti „istraživanje”. Takve situacije možemo iskoristiti za učenje pravilnog prikupljanja podataka i anketiranja. Nakon prikupljanja podataka slijedi organizacija podataka u tablice, grafove, crteže i slično. Pomoću tablice (koje se najčešće koriste u razrednoj nastavi) slijedi tumačenje podataka i tada učenici dolaze do potrebnog zaključka. Početni rad s učenicima u razrednoj nastavi kreće s konkretnim predmetima i to od prikupljanja podataka, razvrstavanja i organizacije, zapravo korištenje predmatematičkih vještina. Tako na primjer učenici mogu donijeti svoje najdraže igračke i organizirati ih. Tako vizualno i s konkretnim predmetima ispred sebe mogu stvoriti graf. Nakon stvarnog prikazivanja slijedi simbolično prikazivanje (u tablici), a kako bi do toga došli važno nam je načelo postupnosti. Načelo postupnosti prema Markovac (2001) podrazumijeva od jednostavnog prema složenom, od poznatog prema nepoznatom, od konkretnog prema apstraktnom. Crtanje grafa vrijedna je aktivnost, a prema Pavlović (2016) „glavna svrha vizualnog prikazivanja podataka je da bismo više saznali o podacima i da bismo ispitali rezultate nekoliko alternativa koje postoje” (Pavlović, 2016; str. 11).

2.2.VJEROJATNOST

Svakodnevno čujemo pitanja kao: „Koja je vjerojatnost da smo se danas sreli?“, „Kolika je vjerojatnost da danas pada kiša?“, „Kolika je vjerojatnost da će na ovom polju roditi žito?“. Sve su to stvari koji se ljudi pitaju još od davnog vijeka te je iz toga proizašla grana matematike koju zovemo vjerojatnost. „Teorija vjerojatnosti je grana matematike koja se razvila iz potrebe za modeliranjem slučajnih pojava, u svrhu bolje razumijevanja, kontroliranja te mogućeg predviđanja ponašanja u budućnosti“ (Damijanić, Slamić, 2020; str. 47). Za mnoge vjerojatnost je bila zagonetka i najviše su je matematičari vezali uz bacanje kocke, a prvi koji je pokušao pristupiti vjerojatnosti s aspekta matematike bio je Girolamo Cardano. Cardano je napisao knjigu u kojoj je opisao kako racionalno ulagati na temelju šansi, a namijenio ju je profesionalnim kockarima (Brueckler 2019). Nakon njega neki matematičari su pokušavali definirati vjerojatnost, a prvi koji ju je izrekao i počeo ju koristiti bio je Pierre Simon Laplace. Za njega vjerojatnost događaja je „omjer broja za njega povoljnih slučajeva prema broju mogućih slučajeva ako nemamo razloga smatrati da se neki slučaj pojavljuje češće od drugih, tako da su svi slučajevi za nas jednako mogući“ (Brueckler, 2019; str. 175).

Kennedy, Tipps i Johson (2011) vjerojatnost u razrednoj nastavi dijele na matematičku i povijesnu vjerojatnost. „Matematička vjerojatnost temelji se na matematičkoj slučajnosti ili aritmetičkoj vjerojatnosti događanja događaja“ (Kennedy i sur., 2011; str. 524), na primjer: kolika je vjerojatnost da na kocki padne pet ili kolika je vjerojatnost da će iz kutije izvući crvenu lopticu? Na ovakva pitanja možemo dobiti točan odgovor koristeći se matematičkom teorijom vjerojatnosti, odnosno koristit ćemo razne formule kako bi došli do odgovora. Povijesna vjerojatnost, za razliku od matematičke, temelji se na informacija prikupljenim tijekom nekog perioda vremena o stvarima kao što su vrijeme, klima, vozačka iskustva, tinejdžeri i starije osobe, glasanja na izborima (Kennedy i sur., 2011), na primjer: kolika je vjerojatnost da će sutra padati kiša ili kolika je vjerojatnost da će u prometnoj nesreći biti uključen tinejdžer ili starija osoba.

Učenicima razredne nastave vjerojatnost budućeg događaja ponekad nije logično, stoga se učenicima razredne nastave predstavlja moguć, nemoguć i siguran događaj. Važno je učenicima argumentirati zašto je jedan događaj moguć, a drugi nije i važno je da i oni sami razumiju razliku. Također, neki događaji mogu biti više vjerojatni nego drugi, na primjer: oba

Markova prijatelja mogu pobijediti u utrci, ali ako je Ivan trenirao više nego Matija veća je vjerojatnost da će Ivan pobijediti. Prema NCTM-ovim (Nacionalno vijeće nastavnika matematike) standardima za nastavu matematike između mogućeg i nemogućeg događaja postoje stupnjevi mogućnosti događaja upotrebom riječi: sigurno, jednako moguće, vrlo rijetko, vrlo često, često, nemoguće (NCTM, 2000).

Prema Mikulić (2015) istraživanje vjerojatnosti se provodi u tri faze:

1. predviđanje, faza u kojoj učenici predvide ishod događaja na temelju vlastitih uvjerenja,
2. eksperimentiranje, faza u kojoj učenici provode eksperiment kako bi istražili vjerojatnost predviđenog događaja,
3. zaključivanje, faza u kojoj učenici na temelju eksperimenata dolaze do zaključka o vjerojatnosti događaja.

Tako na primjer učenici mogu provesti eksperiment o vjerojatnosti izvlačenja crvene loptice iz kutije. Najprije će predvidjeti prema stupnjevima mogućnosti događaja, zatim će provesti eksperiment i na kraju će donijeti zaključak eksperimenta. Rezultati i predviđanje će ovisiti o tome je li kutija ima samo crvene loptice ili se u njoj nalaze i druge boje te ovisi i o količini loptica (ukoliko se radi o dvije ili više boja loptica).

3. STATISTIKA I VJEROJATNOST U KURIKULUMU ZA NASTAVNI PREDMET MATEMATIKA

Odgoj i obrazovanje u osnovnoj školi za nastavni predmet matematike ostvaruje se na temelju kurikuluma. „Kurikulumom nastavnih predmeta određuje se svrha i ciljevi učenja i poučavanja nastavnog predmeta, struktura pojedinog predmeta, odgojno obrazovni ishodi i/ili sadržaji, pripadajuća razrada i opisi razina usvojenosti ishoda, učenje i poučavanje te vrednovanje u pojedinom nastavnom predmetu” (Erić, 2023; str. 129). Kurikulum za nastavni predmet matematika za osnovne škole i gimnazije donesen je 2019. godine i počeo vrijediti za 2019./2020. školsku godinu.

Prema MZO (2019) primjenom kurikuluma nastavnog predmeta matematike učenici će moći:

- primijeniti matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju, strukturiranju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu i stvarnome životu,
- samostalno i u suradničkom okružju matematički rasuđivati logičkim, kreativnim i kritičkim promišljanjem i povezivanjem, argumentiranim raspravama, zaključivanjem, provjeravanjem pretpostavki i postupaka te dokazivanjem tvrdnji,
- rješavati problemske situacije odabirom relevantnih podataka, analizom mogućih strategija i provođenjem optimalne strategije te preispitivanjem procesa i rezultata, po potrebi uz učinkovitu uporabu odgovarajućih alata i tehnologije,
- razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima, upornost, poduzetnost, odgovornost, uvažavanje i pozitivan odnos prema matematici i radu općenito,
- prepoznati povijesnu, kulturnu i estetsku vrijednost matematike njezinom primjenom u različitim disciplinama i djelatnostima kao i neizostavnu ulogu matematike u razvoju i dobrobiti društva.

Područje matematike u kurikulumu podijeljeno je na domene: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje i Podatci, statistika i vjerojatnost. Svaka domena ima odgojno-obrazovne ishode koji se vežu uz njih, a sastoje se od sljedećih elemenata: odgojno-obrazovni ishod, razrada ishoda, odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti „dobar” na kraju razreda, sadržaji i preporuke za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda (MZO, 2019).

Svakom odgojno-obrazovnom ishodu dodjeljuje se kratka oznaka, na primjer: MAT OŠ A.2.1. MAT označava predmet, u ovom slučaju je to matematika, OŠ je kratica za osnovnu školu, za srednju školu to je SŠ, slovočana oznaka označava domenu (A-Brojevi, B-Algebra i funkcije, C-Oblik i prostor, D-Mjerenje, E- Statistika i vjerojatnost), prva brojka (2) govori o kojem se razredu ishod ostvaruje, a druga brojka (1) govori koji je to ishod po redu u navedenoj domeni.

U ovom radu ćemo se najviše fokusirati na domenu Statistika i vjerojatnost pa ćemo o toj domeni reći nešto više.

Tablica 1.

Zastupljenost domene *Podatci, statistika i vjerojatnost* u odnosu na ostale domene (MZO, 2019)

Razred	Vjerojatnost i statistika	Ostale domene	Σ
1.	8.30%	91.70%	100%
2.	13%	87%	100%
3.	9.6%	90.4%	100%
4.	13.80%	86.20%	100%

Tablica 1. prikazuje postotak zastupljenost domene Statistika i vjerojatnost. Iz ovih postotaka možemo lako zaključiti kako su statistika i vjerojatnost vrlo malo zastupljene u kurikulumu za nastavu matematike, na primjer.: u prvom razredu domena *Vjerojatnost i statistika* zauzimaju 8.30%, dok domena *Brojevi* zauzimaju 38.61%, što je zapravo 4 puta više nego domena *Vjerojatnost i statistika*. U četvrtom razredu domena *Vjerojatnost i statistika* iznose 13.80% dok domena *Brojevi* 28.88%, što je skoro dva puta više. Vidimo da se odnos ovih dviju domena u četvrtom razredu smanjio, a to je zato što u četvrtom razredu dominira domena *Oblik i prostor*, a zauzima 35.55% ishoda (MZO, 2019).

Tablica 2.

Odgojno-obrazovni ishodi (MZO, 2019)

RAZRED	ODGOJNO – OBRAZOVNI ISHOD	RAZRADA ISHODA
1. Razred	MAT OŠ E.1.1. Služi se podacima i prikazuje ih piktogramima i jednostavnim tablicama	Određuje skup prema nekom svojstvu. Prebrojava članove skupa. Uspoređuje skupove. Prikazuje iste matematičke pojmove na različite načine (podatke prikazane piktogramima i jednostavnim tablicama)
2. Razred	MAT OŠ E.2.1. Koristi se	Promatra pojave i bilježi

	podacima iz neposredne okoline.	podatke o njima Razvrstava prikupljene podatke i prikazuje ih jednostavnim tablicama ili piktogramima Tumači podatke iz jednostavnih tablica i piktogramima Provodi jednostavna istraživanja te analizira i prikazuje podatke
	MAT OŠ E.2.2. Određuje je li neki događaj moguć ili nemoguć.	U različitim situacijama predviđa moguće i nemoguće događaje. Objašnjava je zašto neki događaj (ne)moguć.
3. razred	MAT OŠ E.3.1 Služi se različitim prikazima podataka.	Nabraja različite vrste podataka. Koristi se nazivima redak i stupac. Prikazuje podatke u tablicama i stupičastim dijagramima. Služi se različitim prikazima podataka.
4. Razred	MAT OŠ E.4.1. Provodi jednostavna istraživanja i analizira dobivene podatke.	Osmišljavan i provodi jednostavna istraživanja i analizira dobivene podatke. Prikuplja podatke, razvrstava ih i prikazuje neformalno i formalno. Čita podatke iz tablice i jednostavnih dijagrama.
	MAT OŠ E.4.2. Opisuje vjerojatnost događaja.	U razgovoru iskazuje mogućnosti. Uspoređuje ishode riječima <i>vjerojatniji, manje vjerojatno, najvjerojatniji</i> .

Pogledamo li Tablicu 2. možemo vidjeti koliko se ishoda proteže od 1. do 4. razreda. U prvom razredu nalazimo samo jedan ishod i prema njemu učenici se samo brave statistikom, odnosno služe se podacima i koriste piktograme i jednostavne tablice. U drugom razredu nalaze se dva ishoda, jedan koji je posvećen statistici, a drugi vjerojatnosti. Učenici će znati odrediti moguć i ne moguć događaj iz područja vjerojatnosti, a što se tiče statistike učenik će znati prikupiti podatke iz okoline. Broj ishoda u trećem razredu smanjuje se na jedan, a posvećen je području statistike. Četvrti razred, kao i drugi, ima dva ishoda. U ishodu koji je vezan za vjerojatnost vidimo i proširenje sadržaja koje učenici moraju znati, a kao ishod statistike navedeno je provođenje jednostavnih istraživanja.

Kao što je vidljivo iz Tablice 1. sadržaji iz statistike se protežu kroz sva četiri razreda, dok se vjerojatnost nalazi samo u dugom i četvrtom razredu. Kako će se ti sadržaji uvesti u nastavu i hoće li učenici ostvariti ishode iz kurikuluma ovisi o pristupu učitelja/ice.

4. STATISTIKA I VJEROJATNOST U REPUBLICI HRVATSKOJ

Kako bi smo uočili važnost poučavanja statistike i vjerojatnosti analizirat ćemo rezultate ispita koji se provode u Republici Hrvatskoj, a to su Međunarodno istraživanje trendova u znanju matematike i prirodoslovlja (TIMSS) i nacionalne ispite koji se provode za četvrte i osme razrede osnovne škole. Republika Hrvatska TIMSS-u se pridružuje 2011. Godine, a nacionalni ispiti se provode od 2011. godine.

4.1. MEĐUNARODNO ISTRAŽIVANJE TRENDOVA U ZNANJU MATEMATIKE I PRIRODOSLOVLJA (TIMSS)

TIMSS provodi Međunarodno udruženje za vrednovanje obrazovnih postignuća. „TIMSS-om se mjere postignuća učenika u matematici i prirodoslovlju u četvrtome i osmome razredu osnovne škole te u četvrtome razredu srednje škole, a 2015. godine uvedeno je i istraživanje temeljnih matematičkih vještina” (Elezović i sur., 2019; str. 6). TIMSS se provodi svake četiri godine od 1995. godine. Po prvi puta 2019. godine TIMSS nudi mogućnost provedbe ispita u digitalnom formatu, kao i ispunjavanje svih popratnih dokumenata. Tu mogućnost prihvaća i Republika Hrvatska (Elezović i sur., 2019).

Ispit TIMSS-a sastoji se od dva dijela: ispit iz matematike i ispit iz prirodoslovlja. Postoje dva tipa domena ispitivanja: kognitivne domene i sadržajne domene. Jedna od sadržajnih domena matematike je *Prikaz brojeva*. Sastoji se od tematske cjeline *Čitanje, analiziranje i prikazivanje podataka*. Prema TIMSS-u učenici četvrtih razreda trebali bi znati čitati i prepoznavati različite prikaze podataka, prikazati prikupljene podatke grafom ili dijagramom te ih moći usporediti i donositi zaključke na temelju njihova prikaza (Elezović i sur., 2019).

Učenici Republike Hrvatske 2019. godine u TIMSS međunarodnom istraživanju ostvarili su 509 bodova što je nešto više od središnje točke TIMSS skale koja iznosi 500 bodova. No, vrijedno je napomenuti da se pokazao pomak u postignuću u odnosu na prethodne cikluse ispitivanja. U domeni *Prikaz podataka* koja je imala 36 zadataka, učenici Republike Hrvatske ostvarili su 494 boda, što je znatno niže od ukupnog rezultata učenika. Ovi rezultati pokazatelj su zastupljenosti sadržaja statistike i vjerojatnosti u kurikulumu, ali i u udžbenicima za

nastavu matematike. Adamović i sur. (2017) zajedno s Gugić i sur (2020). preporučuje uključenje svih domena TIMSS-a, ali posebice domene *Prikaz podataka* u nastavu matematike kroz primjere iz svakodnevnog života.

4.2. NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA

Projekt *Nacionalni ispiti iz matematike u osnovnim školama 2011.- 2014.* Imao je cilj „obuhvatiti razine znanja, vještina i sposobnosti učenika iz područja matematike na kraju osnovnoškolskoga obrazovanja, ali i utvrditi potencijalne probleme u usvajanju znanja i kompetencija iz područja matematike tijekom osnovnoškolskoga obrazovanja” (Gugić i sur. 2020, str. 11). Cijeli projekt bio je podijeljen u četiri etape:

1. etapa 2011. g. : brojevi, algebra
2. etapa 2012. g. : oblik i prostor
3. etapa 2013. g. : algebra – zapisi funkcije, oblik i prostor, mjerenje, podaci
4. etapa 2014. g. : sve domene u jednom ispitu.

Prema zastupljenosti zadataka u ispitu prema sadržajnim područjima statistika i vjerojatnost je imala samo 5% zadataka, dok su brojevi, algebra i funkcija zauzele najveći postotak što je 60%. Ono što se tražilo od učenika osnovnih škola za domenu *Podatci* je:

- organiziranje, prikazivanje, čitanje i interpretiranje zadanih brojčanih i kategorijalnih podataka
- određivanje frekvencije, relativne frekvencije i aritmetičke sredine. (Gugić i sur. 2020).

Tablica 3.

Skupna analiza zadataka sadržajnog područja *Podatci* (Gugić i sur., 2020; str. 192)

ZADATCI U KOJIMA JE UČESTALOST POJEDINE POGREŠKE VEĆA OD 4%				
KOD	OPIS KODA	UČESTALOST (%)	TEŽINA ZADATKA	ŠIFRA ZADATKA
0	Učenici nisu ni pokušali riješiti zadatak.	18.70 5.40 14.10	Srednje težak Vrlo lagan Srednje težak	P10102_0_02_0
1	Odabrana je matematički korektna metoda, ali je učinjena greška u računskim	10.70	Srednje težak	P10102_0_02_0

	operacijama.			
2	Odabrana je matematički korektna metoda, ali je pogrešno proveden postupak.	6.00	Srednje težak	P10102_0_02_0
3	Korištena je matematički korektna metoda, ali postupak nije proveden do kraja.	7,60 3,80	Srednje težak Srednje težak	P10102_0_02_0 P10203_0_05_0
9	Prazno, s vidljivim tragovima brisanja ili potpuno neartikuliranim pokušajem rješavanja.	12.40 6.30 23.40	Srednje težak Vrlo lagan Srednje težak	P10102_0_02_0 P10201_0_06_0 P10203_0_05_0

Iz Tablice 3. vidljivo je kako se učenici ne snalaze u ovoj domeni. 18.70% učenika nije pokušalo ni riješiti zadatak koji je dio srednje težine, dok je samo 10.70% njih imalo korektnu metodu rješavanja, ali su učinili grešku prilikom računanja. Gugić i sur. (2020) ističu kako se učenici ne snalaze dobro s poznatom metodom kada je treba primijeniti u drugom kontekstu. Učenici znaju izračunati prosjek svojih ocjena, ali kada treba izračunati prosječnu plaću ne povezuju da se zapravo radi o istoj metodi rješavanja zadataka.

Nacionalni ispiti koji se provode nakon 2014. godine sastavljeni su prema kurikulumu, a Horvatek (2023) navodi kako se naglasak u ovim nacionalnim ispitima, u odnosu na projekt, stavlja na razumijevanje matematičkih pojmova, povezivanje nastavnih sadržaja i primjena na stvarni život.

U školskoj godini 2021./2022. proveden je nacionalni ispit iz matematike u četvrtome i osmom razredu, a u ispitu su obuhvaćeni odgojno-obrazovni ishodi sadržaji iz sljedećih područja ispitivanja:

1. Brojevi
2. Algebra i funkcije
3. Oblik i prostor
4. Mjerenje
5. Podatci, statistika i vjerojatnost.

Od ukupno 26 zadataka, od čega je 18 zadatak višestrukog izbora i 8 zadataka kratkoga odgovora, samo su 3 zadatka iz područja *Podatci, statistika i vjerojatnost*.

Nacionalni ispiti iz matematike za školsku godinu 2023./2024. provedeni su u ožujku, a rezultati će biti vidljivi samo roditeljima i nastavnicima, što znači da nisu dostupni javnosti. Od ove školske godine sve škole diljem Republike Hrvatske sudjelovale su u nacionalnim

ispitima. Usporedbom rezultata nacionalnih ispita s nacionalnim prosjekom svaki roditelj će moći vidjeti s kojim kompetencijama će učenik ući u peti razred odnosno u prvi razred srednje škole.

5. PREDNOSTI UČENJA STATISTIKE I VJEROJATNOSTI

Nastavi plan i program koji se koristio od školske godine 2006./2007. vjerojatnost i statistiku uvodi tek u 7. razredu pod temama *Prikazivanje i analiza podataka* i *Vjerojatnost slučajnog događaja* (MZO, 2006). Od tada se prepoznala važnost podučavanja statistike i vjerojatnosti, te se donosi kurikulum 2019. godine, gdje se statistika i vjerojatnost uvodi od prvog razreda. U prošlim poglavljima pokazali smo koliki postotak zauzima domena *Statistika i vjerojatnost* i možemo zaključiti da to još uvijek nije dovoljno, zato je važno poznavati prednosti koje donose sadržaji statistike i vjerojatnosti učenicima razredne nastave.

Loparić (2019) kao prednost stavlja naglasak na iskustvenom učenju. Istraživanja su pokazala kako učenici koji su učili vjerojatnost i statistiku eksperimentiranjem na konkretnom materijalu pokazali bolje rezultate učenja, za razliku od onih učenika koji su koristili formulu. Iskustveno učenje možemo povezati s načelom zornosti, koji je jedan od šest načela koje koristimo u nastavi matematike. U početnoj nastavi matematike zornošću se konkretiziraju apstraktni nastavni sadržaji (Markovac, 2001). Ukoliko se sadržaji statistike i vjerojatnosti više konkretiziraju, to će učenici lakše shvatiti apstraktne sadržaje.

Svaki nastavni predmet, uključujući matematiku povezan je s međupredmetnim temama (Osobni i socijalni razvoj, Učiti kako učiti, Poduzetništvo, Održivi razvoj, Građanski odgoj i obrazovanje, Uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije i Zdravlje). Kroz statistiku i vjerojatnost međupredmetne teme učeniku donose vještine (Krljan, 2023). Jedna od domena međupredmetne teme *Učiti kako učiti* je *Primjena strategija učenja i upravljanja informacijama*. Ona nam govori da je upravljanje informacijama jedna od ključnih vještina potrebnih za učinkovito učenje (MZO, 2019). Tu vještinu povezujemo sa statistikom jer nam ona daje znanje kako upravljati s nekim podacima. „Upravljanje informacijama neophodno je za razvoj kritičkog mišljenja” (MZO, 2019, para. 11). Prema Kloosteru (2002) kritičko mišljenje je neovisno mišljenje, društveno mišljenje. Ono uvijek započinje pitanjima/problemima koje treba riješiti. Kako bi učenici mogli razvijati kritičko mišljenje, učitelj ih treba podučiti kako da učenici razumiju i koriste se istim informacijama.

Podučavanjem vjerojatnosti učenici će znati predvidjeti neki događaji i rješavati različite probleme, odnosno kod učenika se razvija snalažljivost u nepredvidivim situacijama (Držaić, Gusić, 2019). Vjerojatnost i statistika usko su povezane, zato se sve prednosti njihovog podučavanja nadopunjuju.

Osim razvoja kritičkog mišljenja, podučavanjem statistike i vjerojatnosti potičemo duh istraživanja. Učenici stječu vještine organiziranja, opisivanja, prikazivanja i interpretiranja podataka te određivanje vjerojatnosti događaja (Sakač, 2019).

S razvojem tehnologije sve više se pridaje važnost informatici kao nastavnom predmetu te upotrebi komunikacijsko-informacijske tehnologije u nastavi. Ovaj napredak u svijetu možemo iskoristiti i u nastavi matematike. Učenike možemo podučiti kako se služiti tablicama na kompjuterima, koje programe možemo koristiti kako bi obrađivali neke podatke, odnosno kako tumačiti te podatke.

Nakon što je Ministarstvo znanosti i obrazovanja donijelo kurikulum 2019. godine, sve se više ističe međupredmetna povezanost. Plavec (2020) u svom diplomskom radu ističe povezanost glazbe i matematike, odnosno na koji način znanje iz vjerojatnosti možemo upotrijebiti i na satu glazbene kulture. Kroz neke jednostavne igre provjeravamo znanje glazbe, ali i matematike, npr. *Ritam i životinje*. Učenik ispred sebe ima tri kartice na kojima se nalaze ritamske figure i naziv životinje. Nakon što učenik odabere karticu mora otpljeskati ritamsku figuru, a sličicu staviti u stupac gdje životinja pripada. Prije same igre postavljaju se pitanja vezana za vjerojatnost npr. *Možete li izvući dvije iste životinje? Ako smiješ izvući samo jednu karticu, hoće li to biti uvijek ista? Koje životinje možeš izvući?* Ovim jednostavnom igrom učenik će zaključiti da se mogu izvući samo tri životinje i tri ritamske figure.

Osim glazbene kulture, statistiku i vjerojatnost možemo povezati i s hrvatskim jezikom. Tu povezanost možemo direktno vidjeti u ishodu kurikuluma za nastavni predmet Hrvatski jezik:

- OŠ HJ A.1.3. Učenik čita tekstove primjerene početnom opismenjavanju i jezičnom razvoju : prikazuje i čita podatke u grafičkim prikazima i tekstovima drugih nastavnih predmeta (npr. Matematika, Priroda i društvo...) (MZO, 2019).

Ishod se odnosi na prvi razred i povezuju ga s nastavnim sadržajima iz statistike. Ovim ishodom se potvrđuje da se učenici susreću s tablicama i u drugim nastavnim predmetima i to od prvog razred osnovne škole.

6. ISTRAŽIVANJE

6.1. CILJ ISTAŽIVANJA I ISTRAŽIVAČKA PITANJA

Cilj istraživanja je ispitati učitelje razredne nastave koliko važnom smatraju domenu *Vjerojatnost i statistika* i znaju li prednosti podučavanja statistike i vjerojatnosti koje učenicima mogu potaknuti razvoj kritičkog promišljanja i povezivanja.

Istraživačka pitanja su:

1. Znaju li učitelji razredne nastave prednosti koje donose znanja iz područja statistike i vjerojatnosti?
2. Koja je razina posvećenosti domeni *Statistika i vjerojatnost*?
3. Koriste li učitelji primjere iz svakodnevnog života učenika kako bi objasnili sadržaje statistike i vjerojatnosti?

6.2. METODOLOGIJA

6.2.1. DIZAJN ISTRAŽIVANJA

Metoda istraživanja korištena u ovom radu je online anketa, formulirana putem Google obrasca. Anketa je bila dostupna za online ispunjavanje u razdoblju od 17.04.2024. do 1.05.2024. godine, a istraživanje je provedeno na području Međimurja.

6.2.2. UZORAK

Sudionici istraživanja bili su učitelji razredne nastave na području Međimurja, a ukupan broj sudionika bio je 57. Uzorak ispitanika prikazan je u *Tablici 4*. Uzorak ispitanika je podijeljen s obzirom na spol i s obzirom na školu u kojoj rade.

Tablica 4.

Uzorak

		<i>f</i>	<i>f%</i>
Učitelji razredne nastave		57	100
Spol	M	4	7
	Ž	53	93
Škola	Područna	9	15.80
	Matična	48	84.20

6.3. METODE PRIKUPLJANJA I ANALIZA PODATAKA

Metoda prikupljanja podataka je bila u obliku online ankete, formulirane putem Google obrasca, pisana na hrvatskom jeziku. Istraživanje je provedeno na učiteljima razredne nastave na području Međimurja, a ispunjavanje ankete bilo je dostupno od 17.04.2024. g. do 01.05.2024. g. Socio-demografska obilježja uključivala su spol i podjelu na matičnu i područnu školu u kojoj učitelji rade. Ispunjavanje ankete bilo je anonimno. Dobiveni podatci statistički su obrađeni su u Google forms-u.

6.4. REZULTATI I DISKUSIJA

Rezultati istraživanja prikazati su tablično.

Tablica 5.

Zastupljenost statistike i vjerojatnosti u udžbenicima i kurikulumu

	<i>F</i>	<i>f%</i>
Statistika i vjerojatnost su nedovoljno zastupljene u udžbenicima		
U potpunosti se ne slažem	3	5.30
Ne slažem se	20	35.10
Slažem se	26	45.60
U potpunosti se slažem	8	14
Statistika i vjerojatnost su nedovoljno zastupljene u kurikulumu		
U potpunosti se ne slažem	3	5.30
Ne slažem se	22	38.60
Slažem se	20	35.10
U potpunosti se slažem	12	21.10
Σ	57	100

Tablica 5. pokazuje mišljenja učitelja razredne nastave o zastupljenosti statistike i vjerojatnosti u udžbenicima i kurikulumu. 45.60% ispitanika se slaže s tvrdnjom da su statistika i vjerojatnost nedovoljno zastupljene u udžbenicima, dok 35.10% se ne slaže s ovom tvrdnjom. Slična istraživanja pokazuje Krljan (2023.). Kao zaključak istraživanja o zastupljenosti sadržaja statistike i vjerojatnosti u udžbenicima za razrednu nastavu navodi da su sadržaji statistike i vjerojatnosti vrlo malo zastupljeni u aktualnim udžbenicima. Druga tvrdnja se odnosila na izražavanje mišljenja o zastupljenosti statistike i vjerojatnosti u kurikulumu. 35.10% se složilo s ovom tvrdnjom, dok 38.60% se nije složilo s ovom tvrdnjom. Suprotno ovim rezultatima *Tablica 1.* pokazuje kako je domena *Podatci, statistika i vjerojatnost* najmanje zastupljena u kurikulumu.

Tablica 6.

Statistika i vjerojatnost kao grana matematike

	<i>F</i>	<i>f%</i>
Smatram da su statistika i vjerojatnost jednako važne kao ostale grane matematike.		
U potpunosti se ne slažem	2	3,50
Ne slažem se	6	10,50
Slažem se	31	54,40
U potpunosti se slažem	18	31,60
Σ	57	100

Tablica 6. pokazuje mišljenja učitelja o važnosti statistike i vjerojatnosti u odnosu na ostale grane matematike. 54.40% ispitanika se složilo s tvrdnjom, dok se 31.60% u potpunosti složilo s tvrdnjom. Slična istraživanja pokazuje Krljan (2023) koja govori da se razvojem kroz povijest uočila važnost statistike i vjerojatnosti u odnosu na ostale grane matematike. To nam pokazuje i kurikularna reforma koja je stupila na snagu 2019. godine gdje su statistika i vjerojatnost uvedene i u razrednoj nastavi, a do tada su se uvodile tek u sedmom razrednu osnovne škole.

Tablica 7.

Prednosti poučavanja statistike i vjerojatnosti

	<i>F</i>	<i>f%</i>
Statistika i vjerojatnost potiču kritičko mišljenje kod učenika		
U potpunosti se ne slažem	2	3.50
Ne slažem se	3	5.30
Slažem se	22	38.60
U potpunosti se slažem	30	52.60
Znanja iz statistike i vjerojatnosti mogu poboljšati svakodnevni život učenika		
U potpunosti se ne slažem	3	5.30
Ne slažem se	3	5.30
Slažem se	25	43.90
U potpunosti se slažem	26	45.60
Poučavanjem statistike i vjerojatnosti učenici stječu vještine organiziranja, opisivanja, prikazivanja i interpretiranja podataka te određivanja vjerojatnosti događaja.		
U potpunosti se ne slažem	1	1.80
Ne slažem se	1	1.80
Slažem se	24	42.10
U potpunosti se slažem	21	54.40
Upravljanje informacijama je prednost koju donosi učenje statistike i vjerojatnosti.		
U potpunosti se ne slažem	1	1.80
Ne slažem se	3	5.30
Slažem se	29	50.90
U potpunosti se slažem	24	42.10
Σ	57	100

Kao jedna od prednosti poučavanja statistike i vjerojatnosti javlja se kritičko mišljenje. 38.60% ispitanika se složilo da statistika i vjerojatnost potiču kritičko mišljenje, dok se 52.60% ispitanika u potpunosti složilo s tvrdnjom. Mali dio ispitanika kritičko mišljenje ne vidi kao prednost pa se tako 3.50% ispitanika u potpunosti ne slaže, a 5.30% ispitanika se samo ne slaže. Kritično mišljenje kao prednost poučavanja potvrđuje Nađ (2020). U svom radu ističe kako je razvoj kritičko mišljenja jedan od odgojno obrazovnih ciljeva poučavanja

matematike, te da je statistika pogodan alat za ostvarenje tog cilja. Također, veliki zagovornik kritičkog mišljenja je Klooster (2002) koji smatra da je podučavanje kritičkog mišljenja jedna od dužnosti nastavnika. Slijedeća tvrdnja odnosila se na znanja iz statistike i vjerojatnosti koje poboljšavaju svakodnevni život učenika. 43.90 % ispitanika se složilo s ovom tvrdnjom, dok se 45.60% ispitanika u potpunosti složilo. Isti postotak ispitanika (5.30%) se nije složilo i u potpunosti nije složilo s tvrdnjom. Ovim rezultatima potvrđuje se svrha predmeta matematike u Kurikulumu koja ističe važnost poznavanja matematike za svakodnevni život i nužnost za razumijevanje svijeta koji nas okružuje (MZO, 2019). Znanja iz statistike i vjerojatnosti koje poboljšavaju svakodnevni život učenika potvrđuju i Držaić, Gusić (2019; str. 39): „uvođenje sadržaja u razrednu nastavu matematike pridonosi razvoju kompetencija važnih za prilagodbu današnjem društvu“. Slijedeća prednost poučavanja statistike i vjerojatnosti odnosila se na vještine koje učenici stječu. 42.10% ispitanika se složilo, a 54.40% ispitanika se u potpunosti složilo s tvrdnjom da podučavanjem statistika i vjerojatnosti učenici stječu vještine organiziranja, opisivanja, prikazivanja, interpretiranja podataka te vještinu određivanja vjerojatnosti događaja. 1.80% ispitanika ovu tvrdnju ne smatraju točnom. Ove rezultate potvrđuju Sakač (2019) i Držaić, Gusić (2019) i napominju kako se poučavanjem ovim vještinama želi učenika približiti za stvarni svijet, odnosno te vještine donose načine pomoću kojih se problemi mogu riješiti. Još jedna prednost koju donosi podučavanje statistike i vjerojatnosti je upravljanje informacijama. 50.90% ispitanika se složilo s tvrdnjom, a 42.10% se u potpunosti složilo s tvrdnjom. 5.3% ispitanika se nije složilo s tvrdnjom, dok se 1.8% ispitanika u potpunosti se slaže s tvrdnjom. Ovu prednost ističe međupredmetna tema *Učiti kako učiti*, a njome učenici mogu planirati i organizirati učenje (MZO,2019).

Tablica 8.

Obrazovanje i posvećenost sadržaju statistike i vjerojatnosti

	<i>f</i>	<i>f</i> %
Smatram da nisam dovoljno obrazovan/a za podučavanje statistike i vjerojatnosti.		
U potpunosti se ne slažem	15	26.30
Ne slažem se	20	35.10
Slažem se	18	31.60
U potpunosti se slažem	4	7
Jednako se posvećujem sadržaju iz statistike i vjerojatnosti kao i ostalim sadržajima.		
U potpunosti se ne slažem	1	1.80
Ne slažem se	20	35.10
Slažem se	21	36.8
U potpunosti se slažem	15	26.3
Σ	57	100

Tablica 8. pokazuje mišljenje učitelja o obrazovanosti za podučavanje sadržaja statistike i vjerojatnosti te posvećenost sadržajima statistike i vjerojatnosti. Prva tvrdnja odnosila se na mišljenje učitelja o njihovom obrazovanju za podučavanje statistike i vjerojatnosti. 35.10% ispitanika se nije složilo s ovom tvrdnjom, dok 26.30% ispitanika se u potpunosti ne slaže s ovom tvrdnjom. 31.60% ispitanika se slaže s ovom tvrdnjom, dok se 7% ispitanika u potpunosti slaže s tvrdnjom. Slična istraživanja pokazuje Baran (2017) koja dijelom potvrđuje ovo istraživanje. Ona ističe kako je jedan od izazova učenja i podučavanja statistike upravo ne dovoljno obrazovanje učitelja i nastavnika. Druga tvrdnja odnosila se na posvećenosti sadržajima statistike i vjerojatnosti. 35.10% ispitanika se nije složilo s ovom tvrdnjom dok se 1.80% u potpunosti ne slaže s ovom tvrdnjom. 36.80% ispitanika se složilo s ovom tvrdnjom, dok se 26.3% u potpunosti složilo s tvrdnjom. Rezultate ove tvrdnje možemo povezati s prethodnom tvrdnjom. Učitelji razredne nastave na području Međimurja se osjećaju dovoljno obrazovanim za podučavanje statistike i vjerojatnosti i samim time se jednako posvećuju sadržajima statistike i vjerojatnosti kao i ostalim sadržajima, dok se druga većina ne osjeća dovoljno obrazovano i samim time ne daju jednaku posvećenost svim sadržajima matematike.

Tablica 9.

Načini poučavanja statistike i vjerojatnosti u nastavi.

	<i>f</i>	<i>f</i> %
Koristim primjere iz svakodnevnog života učenika za podučavanje statistike i vjerojatnosti		
Nikad	0	0
Nekad	6	10.50
Ponekad	8	14
Često	20	35.10
Uvijek	23	40.40
Koristim IKT (Informacijsko-komunikacijsku tehnologiju) za učenje statistike i vjerojatnosti.		
Nikad	1	1.80
Nekad	13	22.80
Ponekad	17	29.80
Često	19	33.30
Uvijek	7	12.30
Statistiku i vjerojatnost koristim i u drugim nastavnim predmetima.		
Nikad	5	8.80
Nekad	7	12.30
Ponekad	17	29.80
Često	17	29.80
Uvijek	11	19.30
Σ	57	100

Tablica 9. pokazuje načine učenja i poučavanja statistike i vjerojatnosti. Prva tvrdnja se odnosi na korištenje primjera iz svakodnevnog života učenika u podučavanju statistike i vjerojatnosti. 10.50% ispitanika nekada koristi primjere iz svakodnevnog života, 14% ponekad, 35.10% često dok 40.40% ispitanika uvijek koristi primjere iz svakodnevnog života u podučavanju statistike i vjerojatnosti. Većina ispitanika uvijek koristi primjere iz svakodnevnog života, a prednost uporabe primjera iz svakodnevnog života pri poučavanju statistike i vjerojatnosti potvrđuje Pavlović (2016). Druga tvrdnja odnosila se na uporabu informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT) u nastavi statistike i vjerojatnosti. 1.80% ispitanika nikada ne koristi IKT u nastavi, 22.80% nekada, 29.8% ponekad, 33.3% često i 12.3% uvijek koristi IKT u nastavi. Slična istraživanja potvrđuje EURYDICE (Izvršna agencija za obrazovanje, audiovizualnu politiku i kulturu) i Držaić, Gusić (2019). Istraživanja pokazuju da je korištenje IKT-a pomaže u razvoju učenikovog razumijevanja matematike te da korištenjem tehnologije potičemo radoznalost učenika i u njima budimo želju za novim znanjima i spoznajama. Slijedeća tvrdnja se odnosila na uporabu sadržaja statistike i vjerojatnosti u drugim nastavnim predmetima. 8.80% ispitanika nikada ne koristi sadržaje, 12.3% ispitanika nekada, 29.80% ispitanika često i 19.3% ispitanika uvijek koristi sadržaje statistike i vjerojatnosti u drugim nastavnim predmetima.

Tablica 10.

Uvođenje dodatnih sadržaja i izbacivanje sadržaja statistike i vjerojatnosti

	<i>f</i>	<i>f</i> %
Dodatno uvodim sadržaje statistike i vjerojatnosti, iako nisu propisani GPP-om (Godišnjim planom i programom).		
Nikad	11	19.30
Nekad	18	31.60
Ponekad	17	29.80
Često	6	10.50
Uvijek	5	8.80
Ponekad preskočim određeni sadržaj iz statistike i vjerojatnosti jer nije primjeren mojim učenicima.		
Nikad	21	36.80
Nekad	16	28.10
Ponekad	11	19.3
Često	4	7
Uvijek	5	8.80
Σ	57	100

Tablica 10. prokazuje je li učitelji razredne nastave uvode dodatne sadržaje iz statistike i vjerojatnosti i izbacuju li određeni sadržaj iz statistike i vjerojatnosti. Prva tvrdnja se odnosi na to uvode li učitelji razredne nastave dodatne sadržaje iz statistike i vjerojatnosti iako nisu propisani Godišnjim planom i programom. 19.3% ispitanika nikada ne uvodi dodatni sadržaj, 31.6% nekad, 29.8% ponekad, 10.5% često, a 8.80% ispitanika uvijek uvodni dodatni sadržaj iz statistike i vjerojatnosti. Drugom tvrdnjom se ispitalo učitelje razredne nastave preskoče li određeni sadržaj iz statistike i vjerojatnosti zbog ne primjernosti učenicima. 38.80% ispitanika nikada ne preskače sadržaj, 29.10% nekad, 19.3% ponekad, 7% često, 8.8% ispitanika uvijek preskoči određeni sadržaj iz statistike i vjerojatnosti zbog ne primjernosti učenicima.

Tablica 11.

Dodatna edukacija za poučavanje statistike i vjerojatnosti.

	<i>f</i>	<i>f</i> %
Odlazim na edukacije vezane za podučavanje statistike i vjerojatnosti		
Nikad	26	45.60
Nekad	10	17.50
Ponekad	11	19.30
Često	7	12.3
Uvijek	3	5.3
Σ	57	100

Tablica 11. pokazuje odlaze li učitelji na dodatne edukacije za podučavanje statistike i vjerojatnosti. 45.60% nikada ne odlazi, 17.50% nekada, 19.30% ponekad, 12.30% često i 5.3% uvijek. Ovu rezultate možemo povezati s tvrdnjom koja govori o mišljenju učitelja jesu li dovoljno obrazovani za poučavanje statistike i vjerojatnosti (Tablica 8.). 35.10% učitelja se nije složilo s tvrdnjom i 26.30% se u potpunosti nije složilo s tvrdnjom, odnosno smatraju da su dovoljno obrazovani te zbog toga ne odlaze na dodatne edukacije.

6.5. ZAKLJUČAK

Sukladno podacima prikazanim u navedenim tablicama (Tablica 4. – Tablica 11.) zaključak će biti naveden u slijedećim tvrdnjama. Prema podacima dobivenim u istraživanju možemo zaključiti kako učitelji razredne nastave smatraju da su sadržaji statistike i

vjerojatnosti jednako važni kao ostale grane matematike, ali iako većina učitelja dijeli isto mišljenje jedan dio njih se ne posvećuje jednako sadržajima iz statistike i vjerojatnosti u nastavi, dok drugi dio pridaje jednaku važnost svakom dijelu matematike. Dobivenim podacima možemo zaključiti kako su učitelji upoznati s prednostima poučavanja statistike i vjerojatnosti. Prva prednost koju donosi poučavanje statistike i vjerojatnosti je kritičko mišljenje. Slične rezultate istraživanja donosi Nađ (2020) koji ističe da je statistika prigodan alat za razvijanje te vještine kod učenika. Kao prednost poučavanja statistike i vjerojatnosti javlja se i upravljanje informacijama. Više od polovice učitelja razredne nastave vidi upravljanje informacijama kao veliku prednost poučavanja statistike i vjerojatnosti, a to potvrđuje i međupredmetna tema *Učiti kako učiti* koja govori da njome učenici mogu planirati i organizirati učenje (MZO, 2019). Osim kritičko mišljenja i upravljanja informacija poučavanje statistike i vjerojatnosti donosi vještinu organiziranja, opisivanja, prikazivanja i interpretiranja podataka te određivanja vjerojatnosti događaja, a kao i s prethodnim prednostima više od polovice ispitanika smatra da je ta vještina jedna od prednosti poučavanja statistike i vjerojatnosti. Slične rezultate istraživanja potvrđuju Sakač (2019) i Držaić, Gusić (2019) i napominju kako se poučavanjem ovim vještinama želi učenika približiti za stvarni svijet, odnosno te vještine donose načine pomoću kojih se problemi mogu riješiti. Kako je važno da učenici stječu vještine za stvarni svijet, tako je važno i usvajati te vještine na primjerima iz stvarno života. Na temelju ovog istraživanja možemo zaključiti kako učitelji razredne nastave na području Međimurja uvijek koristi primjere iz svakodnevnog života kako bi olakšali učenje statistike i vjerojatnosti.

7. ZAKLJUČAK

Matematika je nauka o odnosima među veličinama i prostornim formama. Njezin cilj je stjecanje temeljnih matematičkih znanja potrebnih za razumijevanje pojava i zakonitosti u prirodi i društvu. Razvojem kroz povijesti matematika je dobila svoje grane. Kao jedna od grana matematike javlja se statistika i vjerojatnost. Prve početke statistike vežemo za matematičara i filozofa Hipiusa u 4. stoljeću koji je Grcima pomogao s računanjem proteklog vremena. Hipius je u to vrijeme koristio metodu srednje vrijednosti kako bi riješio problem. Prve znake vjerojatnosti vežemo uz bacanje kocke, a prvi koji je vjerojatnosti pristupio s aspekta matematike bio je Pierre Simon. Statistika i vjerojatnost kao grane matematike nisu bile puno korištene u razrednoj nastavi. Prema nastavnom planu i programu tek su se pojavljivale u 7. razredu osnovne škole. To se mijenja 2019. godine kada na snagu stupa kurikularna reforma. Statistika i vjerojatnost se od 2019. godine počinju poučavati od prvog razreda osnovne škole, ali prema ostalim domenama u kurikulumu su i dalje jako malo zastupljene.

Ovaj diplomski rad posvećen je statistici i vjerojatnosti u razrednoj nastavi. Statistika i vjerojatnost se od 2019. godine kurikularnom reformom poučava od prvog razreda osnovne škole, ali u odnosu na ostale domene matematike, statistika i vjerojatnost su premalo zastupljene.

Kako bi procijenili sposobnost učenika u raznim područjima Republika Hrvatska provodi ispite. Dva od njih vežemo za matematiku i učenike razredne nastave: TIMSS (Međunarodno istraživanje trendova u znanju matematike i prirodoslovlja) i nacionalne ispite. Prema rezultatima TIMSS ispita učenici na području Republike Hrvatske 2019. godine ostvarili su rezultat koji je nešto više od središnje točke TIMSS-a, no u odnosu na prethodne godine vidljivo je poboljšanje rezultata. Rezultati Nacionalni ispita nisu dostupni javnosti.

Također, u radu se nalazi istraživanje koje je provedeno na učiteljima razredne nastave na području Međimurja. Istraživanje je pokazalo su učitelji razredne nastave upoznati s prednostima koje donosi podučavanje statistike i vjerojatnosti te da se jednako posvećuju sadržajima statistike i vjerojatnosti kao i ostalim sadržajima matematike. Kako bi se učenicima približila statistika i vjerojatnost važno je koristiti primjere iz svakodnevnog života. Istraživanje je pokazalo da većina učitelja razredne nastave koristi primjere iz svakodnevnog života učenika za podučavanja statistike i vjerojatnosti.

Znanje iz statistike i vjerojatnosti donosi nam mnoge prednosti: upravljanje informacijama, razvoj kritičkog mišljenja, vještine organiziranja, opisivanja, prikazivanja i interpretacije podataka te vještine određivanja vjerojatnost. Svaku od ovih vještina svakodnevno koristimo u životu. Svakodnevno se susrećemo s tablicama i podacima, zato je važno da ove vještine učenici počnu rano usvajati. Ipak, kako bi te vještine učenici usvojili učitelj je taj koji mora biti vješt i znati prenijeti svoje znanje, a najvažnije je da učenici vide da se te vještine mogu iskoristiti u svakodnevnom životu.

8. LITERATURA

- Adamović, G.; Buljan Culej, J.; Gugić, I.; Kani, V.; Martinec, Z.; Pavlić, J. i Viher, J. (2017). *Priručnik za unapređivanje nastave Matematike s primjerima zadataka iz međunarodnoga istraživanja TIMSS*. Zagreb: Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. 26.03.2024. <https://www.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2018/06/Prirucnik-TIMSS-matematika-FINALE-web.pdf>
- Brueckler, F. M. (2019). Tko je prvi definirao vjerojatnost. *Matematika i škola* 99, 175-176
- Elezovi, I., Antulić, M., S., Vrsnković, B., Muraja, J. (2019). *Rezultati TIMSS 2019 – Međunarodnoga istraživanja trendova u znanju matematike i prirodoslovlja. Nacionalni izvještaj Republika Hrvatska*. Zagreb: Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. 26.03.2026. <https://www.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2022/03/TIMSS-Nacionalni-izvjestaj-finale.pdf>
- Damijanić, M., Slamić, I. (2020). Simulacije u nastavi vjerojatnosti. *Poučak* 81, 47-59
- Držaić, a., Gusić, M. (2019). *Implementacija sadržaja iz vjerojatnosti u razrednu nastavu matematike*. 28.03.2024. <https://hrcak.srce.hr/file/336178>
- Erić, S., I. (2023). *Priručnik za polaganje stručnog ispita pripravnika u osnovnim i srednjim školama*. Sveti Ivan Zelina: Tiskara Zelina d.o.o
- Gugić, I.; Halusek, V.; Herceg, Lj.; Komadina S.; Martinec, Z., Muraja, J. i Nikolaus, V. (2020). *Rezultati sadržajne analize nacionalnih ispita iz Matematike s primjerima zadataka*. Zagreb: Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. 26.03.2024. <https://www.ncvvo.hr/rezultati-sadrzajne-analize-nacionalnih-ispita-iz-matematike-s-primjerima-zadataka/>
- Gusić, M. (2016). Male statističke priče. *Matka* 25 (98), 114-115
- Horvatek, J. (2023). *Nacionalni ispiti iz matematike*. Sveučilište u Rijeci, Rijeka, Hrvatska.
- Johnson, A., Tipps, S. i Kennedy, L. (2011.). *Guiding children's learning of mathematics*. 09.03.2024.: <http://deti-bilingual.com/wp-content/uploads/2014/06/Leonard-M.-Kennedy-Steve-Tipps-Art-Johnson-Guiding-Childrens-Learning-of-Mathematics-11th-Edition-Wadsworth-Publishing-2007.pdf>

- Klooster, D. (2002). *Što je kritičko mišljenje?* 28.03.2024.
<file:///C:/Users/c/Documents/5.%20godina/Diplomski/%C4%8Dlanci/122354259-David-Klooster-%C5%A0to-je-kriti%C4%8Dko-mi%C5%A1ljenje.pdf>
- Kralj, L., Glasnović Gracin, D. (2005). Nastava statistike u osnovnoj školi. *Matematika i škola VII (31)*, 11-15
- Krljan, I. (2023). *Sadržaji statistike i vjerojatnosti u matematičkim udžbenicima u primarnom obrazovanju*. Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, Hrvatska.
- Loparić, S. (2019). *Vjerojatnost i statistika – zašto, kada, kako*. 01.03.2024.:
<https://hrcak.srce.hr/file/347645>
- Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga
- Mikuli, A. (2015). *Metode poučavanja vjerojatnosti u školi*. Sveučilište Josipa Juraja Strossmayera u Osijeku, Osijek, Hrvatska
- Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Kurikulum međupredmetne teme učiti kako učiti za osnovne i srednje škole*. 28.03.2024. https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_154.html
- Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Kurikulum za nastavni predmet Hrvatski jezik za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj*. 09.04.2024. https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_10_215.html
- Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Kurikulum za nastavi predmet matematike za osnovnu školu i gimnaziju u Republici Hrvatskoj*. 13.03.2024. https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html
- Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2006). *Nastavni plan i program – matematika*. 28.03.2024. <https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/dodatni/129156.htm>
- Nađ, I. (2020). *Statistika u nastavi matematike u osnovnoj školi – trenutni status i promjene koje donosi kurikularna reforma*. 28.03.2024. <https://hrcak.srce.hr/file/346485>
- NCTM (2000). *Standardi za nastavu matematike*. 10.03.2024.:
https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/NCTM_Middle_School_2020_Final.pdf

- Parveva, T., Noorani, S., Ranguelov, S., Motiejunaite, A., Kerpanova, V. (EURDYCE) (2008). *Matematičko obrazovanje u Europi: Zajednički izazovi i nacionalne politike*. 08.05.2024.: https://publications.europa.eu/resource/cellar/3532f22d-eea2-4bb2-941b-959ddec61810.0003.03/DOC_1
- Pavlović, G. (2016). *Metode poučavanja statistike u školi*. Sveučilište Josipa Juraja Strossmayera u Osijeku, Osijek, Hrvatska.
- Pelle, B. (2004). *Tako poučavamo matematiku*. Zagreb: Školske novine i HMD
- Plavec, A. (2020). *Povezanost glazbe i matematike u razrednoj nastavi*. Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, Hrvatska.
- Salač, A., M. (2019). *Implementacija sadržaja iz statistike u razrednu nastavu matematike*. Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, Hrvatska.
- Šošić, I., Serdan, V. (1995). *Uvod u statistiku*. Zagreb: Školska knjiga

9. POPIS TABLICA

Tablica 1. Zastupljenost domene *Podatci statistika i vjerojatnost* u odnosu na ostale domene (MZO, 2019)

Tablica 2. Odgojno-obrazovni ishodi (MZO, 2019)

Tablica 3. Skupna analiza zadataka sadržajnog područja *Podatci* (Gugić i sur., 2020; str. 192)

Tablica 4. Uzorak

Tablica 5. Zastupljenost statistike i vjerojatnosti u udžbenicima i kurikulumu

Tablica 6. Statistika i vjerojatnosti kao grana matematike

Tablica 7. Prednosti poučavanja statistike i vjerojatnosti

Tablica 8. Obrazovanje i posvećenost sadržaju statistike i vjerojatnosti

Tablica 9. Načini poučavanja statistike i vjerojatnosti u nastavi

Tablica 10. Uvođenje dodatnih sadržaja i izbacivanje sadržaja statistike i vjerojatnosti

Tablica 11. Dodatna edukacija za poučavanje statistike i vjerojatnosti

10. PRILOZI

Prilog 1. Anketa

Poštovani učitelji i učiteljice,

pred Vama se nalazi anketa u svrhu pisanja diplomskog rada pod nazivom ***Važnost poučavanja statistike i vjerojatnosti u razrednoj nastavi***. Cilj ovog istraživanja je utvrditi znaju li učitelji razredne nastave prednosti koje donose znanja i vještine iz područja statistike i vjerojatnosti, koja je razina posvećenosti domeni *Vjerojatnost i statistika* te koriste li učitelji primjere iz svakodnevnog života učenika kako bi objasnili sadržaje statistike i vjerojatnosti. Ispunjavanje ankete je u potpunosti dobrovoljno i anonimno. Ovdje nema točnih i netočnih odgovora, ali Vas molim da odgovorite iskreno. Anketa ima **15 pitanja**.

Ispunjavanje ankete traje **5 minuta**.

Unaprijed zavaljujem na Vašem vremenu i na iskazanoj volji za sudjelovanje u ovom istraživanju.

S poštovanjem,

Ivana Lolić

studentica 5. godine Učiteljskog fakulteta, Sveučilišta u Zagrebu, odsjek Čakovec

1. SPOL

- M
- Ž

2. Zaposlen/na sam u:

- Matičnoj školi
- Područnoj školi

3. Trenutno sam razrednik:

- 1. razredu
- 2. razredu
- 3. razredu
- 4. Razredu

4. Godine radnog iskustva:

- 0 g. – 5 g.
- 5 g. – 10. g
- 10 g. – 15 g.
- 15 g. – 20 g.
- 20 g. i više

Pažljivo pročitajte sljedeće tvrdnje i odaberite broj koji označava u kojoj mjeri se slažete s pojedinom tvrdnjom.

1= u potpunosti se ne slažem

2= ne slažem se

3= slažem se

4= u potpunosti se slažem

1. Smatram da su statistika i vjerojatnost jednako važne kao ostale grane matematike.
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
2. Statistika i vjerojatnost su ne dovoljno zastupljene u udžbenicima.
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
3. Statistika i vjerojatnost u ne dovoljno zastupljene u kurikulumu.
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
4. Statistika i vjerojatnost potiču kritičko mišljenje kod učenika.
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
5. Znanja iz statistike i vjerojatnosti mogu poboljšati svakodnevni život učenika.
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
6. Jednako se posvećujem sadržaju iz statistike i vjerojatnosti kao i ostalim sadržajima.
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
7. Smatram da nisam dovoljno obrazovan/a za podučavanje statistike i vjerojatnosti.
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
8. Poučavanjem statistike i vjerojatnosti učenici stječu vještine organiziranja, opisivanja, prikazivanja i interpretiranja podataka te određivanje vjerojatnosti događaja
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
9. Upravljanje informacijama je prednost koju donosi učenje statistike i vjerojatnosti.
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4

Pažljivo pročitajte sljedeće tvrdnje i odaberite broj koji označava u kojoj mjeri se slažete s pojedinom tvrdnjom.

1= nikad

2= nekad

3= ponekad

4= često

5= uvijek

10. Koristim primjere iz svakodnevnog života učenika za podučavanje statistike i vjerojatnosti.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

11. Koristim IKT (Informacijsko-komunikacijsku tehnologiju) za učenje statistike i vjerojatnosti

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

12. Dodatno uvodim sadržaje statistike i vjerojatnosti, iako nisu propisani GPP-om (Godišnjim planom i programom)

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

13. Ponekad preskočim određeni sadržaji iz statistike i vjerojatnosti jer nije primjeren mojim učenicima.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

14. Odlazim na edukacije vezane za podučavanje statistike i vjerojatnosti.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

15. Statistiku i vjerojatnost koristim i u drugim nastavnim predmetima.

- 1

- 2
- 3
- 4
- 5

Izjava o izvornosti diplomskog rada

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mogega rada te da se u izradi istoga nisam koristio drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

(Vlastoručni potpis studenta)